Письма в ЖЭТФ, том 41, вып. 11, стр. 481 – 483 *10 июня 1985 г.*

ВОССТАНОВЛЕНИЕ КАЛИБРОВОЧНОЙ ИНВАРИАНТНОСТИ В γ_5 - АНОМАЛЬНЫХ ТЕОРИЯХ ПУТЕМ ВВЕДЕНИЯ ЛОКАЛЬНЫХ КОНТРЧЛЕНОВ

Н.В.Красников

Показано, что введение киральных скалярных полей в γ_5-аномальные калибровочные теории позволяет восстановить калибровочную инвариантность теории путем введения локальных контрчленов.

Как известно, существование γ_5-аномалий [1] в калибровочных теориях приводит к нарушению тождеств Уорда, т.е. к потере калибровочной инвариантности на квантовом уровне. Поэтому общепринято считать, что теории с γ_5-аномалиями являются внутренне противоречивыми. Встает естественный вопрос: можно ли восстановить калибровочную инвариантность в теориях с γ_5-аномалиями? Тривиальный способ это сделать – ввести в теорию дополнительные фермионы таким образом, чтобы в сумме γ_5-аномалии сокращались. Возможно также восстановление калибровочной инвариантности путем введения в лагранжиан нелокального калибровочно-неинвариантного контрчлена, восстанавливающего калибровочную инвариантность на квантовом уровне [2]. Недавно, в работе [3] было показано, что в суперсимметричной калибровочной теории в 10-мерном пространстве-времени в случае калибровочных групп $SO(32)$ и $E_8 \times E_8$ аномалии можно сократить путем введения локальных контрчленов.

В настоящей работе мы показываем, что в γ_5-аномальных теориях введение скалярных киральных полей позволяет восстановить калибровочную инвариантность теории путем введения локальных контрчленов.

Рассмотрим модель, описывающую взаимодействие абелевого калибровочного поля с фермионными и скалярными полями с лагранжианом

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \bar{\psi}_L(i\hat{\partial} + e\hat{A})\psi_L + \bar{\psi}_R i\hat{\partial}\psi_R +$$
$$+ \bar{\chi}_L i\hat{\partial}\chi_L + \bar{\chi}_R(i\hat{\partial} + e\hat{A})\chi_R + |\partial_\mu\varphi - ieA_\mu\varphi|^2 -$$
$$- h\bar{\chi}_R\chi_L\varphi - h\bar{\chi}_L\chi_R\varphi^+ - \lambda|\varphi^+\varphi - c^2| . \qquad (1)$$

Лагранжиан (1) инвариантен относительно преобразований

$$(\psi_L, \chi_R, \varphi) \to \exp(ie\alpha(x))(\psi_L, \chi_R, \varphi), \qquad (2)$$
$$A_\mu \to A_\mu + \partial_\mu\alpha, \quad \chi_L \to \chi_L, \quad \psi_R \to \psi_R .$$

Модель (1) свободна от γ_5-аномалий. В результате спонтанного нарушения симметрии у поля χ появляется масса $M_\chi = hc$. Поле $\varphi(x)$ представимо в виде $\varphi(x) = |\varphi(x)|\exp(i\rho(x))$. Произведем калибровочное преобразование (2) с параметром $\alpha = -\rho$. Лагранжиан (1) запишется в виде

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_L(i\hat{\partial} + e\hat{A} - e\hat{\partial}\rho)\psi_L + \bar{\chi}_R(i\hat{\partial} + e\hat{A} - e\hat{\partial}\rho)\chi_R - h\bar{\chi}\chi|\varphi| + \dots . \qquad (3)$$

Согласно теореме Апелквиста – Каразона [4] при больших массах фермиона $\chi(h \to \infty)$ его влиянием на низкоэнергетический спектр можно пренебречь (этот факт очевиден для лагранжиана (3) в теории возмущений). В результате мы получаем эффективный лагранжиан

$$\mathcal{L}' = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \bar{\psi}_L(i\hat{\partial} + e\hat{A} - e\hat{\partial}\rho)\psi_L . \qquad (4)$$

Лагранжиан (4) инвариантен относительно преобразований

$$\begin{aligned} &\psi_L \to \psi_L , \\ &A_\mu \to A_\mu + \partial_\mu \alpha , \\ &\rho(x) \to \rho(x) + \alpha(x). \end{aligned} \tag{5}$$

Наличие γ_5-аномалии приводит к тому, что фермионный детерминант (в отличие от случая чисто векторного взаимодействия) становится нетривиально зависящим от поля $\rho(x)$, а именно:

$$\mathcal{L}_{eff}(A_\mu, \rho) = \mathcal{L}_{eff}(A_\mu, \rho = 0) - \\ - \frac{e^3}{24\pi^2} \rho \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\mu A_\alpha \partial_\nu A_\beta . \tag{6}$$

Заметим, что калибровочно инвариантное поле $B_\mu = A_\mu - \partial_\mu \rho$ описывает векторное поле со спином 1 плюс скалярное поле. Действительно, в силу аномального несохранения тока условие Лорентца $\partial^\mu B_\mu = 0$ не выполняется и скалярное поле $\varphi = \frac{1}{\Box} \partial^\mu B_\mu$ нетривиально взаимодействует с поперечной частью поля B_μ. Лагранжиан, описывающий взаимодействия поля φ и векторного поля $B_{\mu\perp}$ имеет вид

$$\mathcal{L} = - \frac{e^3}{24\pi^2} \varphi \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\mu B_\nu \partial_\alpha B_\beta . \tag{7}$$

К сожалению, теория, описываемая лагранжианом (4), не является перенормируемой. Отметим также, что фермионный детерминант $\mathrm{Det}\left((i\hat{\partial} + e\hat{A}) \frac{1+\gamma_5}{2}\right)$ инвариантен относительно калибровочных преобразований (1) для калибровочных полей, удовлетворяющих условию $F\tilde{F} = 0$.

Обобщение вышеизложенного на неабелевый случай очевидно, поэтому мы приведем лишь основные формулы.

Рассмотрим лагранжиан вида

$$\mathcal{L}' = - \frac{1}{2} \mathrm{Tr} F^2_{\mu\nu} + \bar{\psi}_L (i\hat{\partial} + \hat{B}) \psi_L ,$$

$$B_\mu = U^+ A_\mu U + \frac{1}{i} \partial_\mu U^+ U, \quad U^+ U = I. \tag{8}$$

При калибровочных преобразованиях вида

$$\begin{aligned} &U \to g U, \\ &A_\mu \to g A_\mu g^{-1} + \frac{1}{i} \partial_\mu g g^{-1} \end{aligned} \tag{9}$$

поле B_μ не меняется, поэтому симметрия (9) выполняется на квантовом уровне. Наличие γ_5-аномалии проявляется в том, что фермионный детерминант становится нетривиально зависящим от кирального поля $U(x)$. При инфинитеземально малых калибровочных преобразованиях изменение эффективного действия есть [1]

$$\delta_\epsilon \Gamma(B) = - \frac{1}{24\pi^2} \int d^4x \, \epsilon^{k\lambda\mu\nu} \mathrm{Tr} \left[\epsilon (\partial_k B_\lambda + \\ + \partial_\mu B_\nu + \frac{i}{2} \partial_k (B_\lambda B_\mu B_\nu)) \right] . \tag{10}$$

Используя (10), получаем:

$$\Gamma(B) = \Gamma(A) + \Delta\Gamma(B, U) ,$$

$$\Delta\Gamma(B, U) = -\int_0^1 dt \frac{1}{24\pi^2} \epsilon^{k\lambda\mu\nu} \mathrm{Tr}[\,\omega(\partial_k B_\lambda^t \partial_\mu B_\nu^t + \frac{i}{2}\partial_k(B_\lambda^t B_\mu^t B_\nu^t))\,]\, d^4x, \tag{11}$$

$$B_\mu^+ = U_+^+ A_\mu U_t + \frac{1}{i}\partial_\mu U_+^+ U_t,$$

$$U(x, t) = \exp[\,t \ln U\,] = \exp(wt). \tag{12}$$

Действие (11) есть не что иное, как действие Весса – Зумино [5]. В неабелевом случае, в отличие от абелевого, $\Delta\Gamma(B, U)$ является нелокальным. Однако, лагранжиан (8) является локальным. Таким образом, для восстановления калибровочной инвариантности достаточно ввести локальный контрчлен вида

$$\Delta\mathcal{L} = \mathcal{L}'(B) - \mathcal{L}'(A). \tag{13}$$

Изложенный способ восстановления калибровочной инвариантности работает в произвольном числе размерностей пространства-времени и может быть применен для восстановления калибровочной инвариантности в моделях типа Калузы – Клейна.

Автор благодарен В.А.Матвееву и А.Н.Тавхелидзе за постоянный интерес к работе и полезные замечания.

Литература

1. *Adler S.* Phys. Rev., 1969, **177**, 2426; *Bell J., Jackiw R.* Nuovo Cim., 1969, **60A**, 47; *Gross D., Jackiw R.* Phys. Rev., 1972, **D6**, 477.
2. *Krasnikov N.V.* Zhetp. Lett., 1984, **40**, 362; Trieste preprint IC/84/210.
3. *Green M., Schwarz J.* Preprint CALT-68-1182, 1984.
4. *Appelquist T., Carazzone J.* Phys. Rev., 1975, **D11**, 2856.
5. *Wess J., Zumino B.* Phys. Lett., 1971, **37B**, 95.

Институт ядерных исследований
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
1 апреля 1985