Письма в ЖЭТФ, том 41, вып. 11, стр. 486 – 488 *10 июня 1985 г.*

ВИЛЬСОНОВСКАЯ ПЕТЛЯ В ГЛЮОДИНАМИКЕ

И.В.Андреев

Введена корреляционная функция вакуумных флуктуаций и предложен конкретный способ усреднения по вакуумному состоянию для вильсоновской петли в глюодинамике. Полученное выражение для вильсоновской петли обладает нужными физическими свойствами и позволяет выразить параметры корреляционной функции через экспериментально наблюдаемые величины.

Вильсоновская петля $W(C)$ представляет собой простейший калибровочно-инвариантный объект, содержащий основную информацию о вакуумных флуктуациях в глюодинамике. В настоящей работе вычисляется непертурбативный вклад в

$$W(C) = \frac{1}{N}\langle \operatorname{tr} P \exp\,(i\oint_C dx_\mu A_\mu(x))\rangle \quad , \tag{1}$$

где N – число цветов, $\langle \dots \rangle$ – среднее по вакууму и P означает упорядочение калибровочного поля A_μ вдоль замкнутого контура C в евклидовом пространстве.

Мы ограничимся рассмотрением плоского контура C и выражение для $W(C)$ возьмем в виде интеграла по площади, охватываемой контуром C:

$$W(C) \approx \frac{1}{N}\langle \operatorname{tr} \exp\left(\frac{i}{2}\int d^2\omega F(\omega)\right)\rangle , \tag{2}$$

где

$$F(\omega) = \lambda^a F^a(\omega), \quad F^a(\omega) = \frac{1}{2} s_{\mu\nu} F^a_{\mu\nu}(\omega),$$

$s_{\mu\nu}$ – единичная площадка, $\lambda^a/2$ – генераторы $SU(N)$. Здесь имеется в виду, что $F(\omega)$ взято в виде диагональной матрицы с собственными значениями $\kappa_i(\omega)$, чего всегда можно добиться калибровочным преобразованием. Выражение (2) будет точным, если при вакуумном усреднении ограничиться классом потенциалов, у которых одновременно можно диагонализовать две пространственные компоненты, лежащие в плоскости контура C ("диагонализуемые конфигурации"). Заметим, что при достаточно малых размерах контура, когда функции $F^a(\omega)$ можно считать постоянными, (2) переходит в выражение, идентифицированное в [1] как сумма основных вкладов в $W(C)$.

Усреднение в (2) будем проводить не по $N^2 - 1$ компоненте F^a, как это обычно делается при применении гипотезы факторизации [1], а по $N-1$ независимому собственному значению κ_i. Значения $\kappa_i(\omega)$, в отличие от $F^a(\omega)$, калибровочно инвариантны и $N-1$ совпадает с числом независимых инвариантов $SU(N)$. Конкретно берется гауссовское усреднение с учетом бесследовости $F(\omega)$:

$$\langle\Phi\rangle = \prod_i D\kappa_i(x)\,\delta(\sum_i \kappa_i(x))\exp\left\{-\frac{1}{2}\int d^4x\int d^4y\,\kappa_i(x)C^{-1}(x,y)\kappa_i(y)\right\}\Phi \tag{3}$$

позволяющее выполнить континуальное интегрирование. Для $SU(3)$

$$C(x,y) = \frac{1}{2}\langle \kappa_i(x)\kappa_i(y)\rangle = -3\langle \kappa_i(x)\kappa_{j\neq i}(y)\rangle = \frac{1}{12}\langle (F^a_{\mu\nu})^2\rangle f((x-y)^2/l^2). \tag{4}$$

Здесь введена функция корреляции вакуумных флуктуаций $f(\xi^2)$ $(f(0)=1)$ с характерной длиной корреляции l, определяемой как площадь под кривой $f(\xi^2)$ в координатах $|x-y|$. Используя (2) – (4), для вильсоновской петли получаем простое выражение

$$W(C) = \exp\left\{-\frac{1}{144}\langle (F^a_{\mu\nu})^2\rangle \int d^2\omega_1 \int d^2\omega_2 f((\omega_1-\omega_2)^2/l^2)\right\} . \tag{5}$$

Для прямоугольной петли, размеры которой гораздо больше длины корреляции l, имеем ожидаемую форму

$$W(C) = \exp(-\sigma S + aP - b), \tag{6}$$

где S – площадь, P – периметр. Натяжение σ выражается через плотность вакуумной энергии и корреляционную длину:

$$\sigma = \frac{\pi}{72}\langle (F^a_{\mu\nu})^2\rangle l^2\bar{\xi}, \quad \overline{\xi^n} = \int_0^\infty d\xi\, \xi^n f(\xi^2). \tag{7}$$

Грубая оценка, использующая решеточные данные для σ [2] и значение $\langle (F^a_{\mu\nu})^2\rangle$ из [3], дает $l \approx 0{,}3$ Ф, что вполне разумно. Для других констант имеем:

$$a = \sigma l\,\overline{\xi^2}/\pi\bar{\xi}, \quad b = \sigma l^2\,\overline{\xi^3}/\pi\bar{\xi}. \tag{8}$$

Положительная константа a дает отрицательную постоянную добавку к линейно растущему потенциалу кваркония, что соответствует большинству подгонок в потенциальных моделях [4], а также теоретическим соображениям [5]. Достаточно точное независимое определение этих констант дало бы возможность судить о форме корреляционной функции $f(\xi^2)$ по ее моментам $\overline{\xi^n}$.

В другом предельном случае петли малых размеров, $\omega \ll l$, очевидно возникает универсальная гауссовская зависимость от площади

$$W(C) = \exp\{-\langle (F^a_{\mu\nu})^2\rangle S^2/144\}, \tag{9}$$

т. е. усреднение по независимым собственным значениям $\kappa_i(x)$ не приводит здесь к нефизическим отрицательным значениям $W(C)$, возникающим при усреднении по независимым компонентам $F^a(x)$ в рамках гипотезы факторизации (см. [1]). Отметим большое количественное различие средних от высоких степеней поля для двух сравниваемых способов усреднения при $N=3$:

$$\langle (F_a^2)^m\rangle = \left\langle \left(\frac{1}{2}\kappa_i^2\right)^m\right\rangle = \begin{cases} m!\,\langle F_a^2\rangle^m & \text{(9а)} \\ \dfrac{(m+3)!}{6\cdot 4^m}\langle F_a^2\rangle^m & \text{(9б)} \end{cases}$$

Здесь (9а) соответствует локальной форме усреднения (3), а (9б) – аналогичному гауссовскому усреднению по компонентам F^a. При $N\to\infty$ оба способа дают $\langle (F_a^2)^m\rangle = \langle F_a^2\rangle^m$. Существенно однако, что разложение $W(C)$ содержит средние лишь от высших степеней каждой компоненты κ_i^n, в то время как при применении гипотезы факторизации фактически игнорируется наличие средних от высших степеней отдельных компонент из-за большого числа перекрестных членов, содержащих произведения квадратов различных компонент. В результате гипотеза факторизации здесь неприменима.

Разложение в ряд функции (5) с последующим разложением $f(\xi^2)$ по степеням $(\omega_1 - \omega_2)^2$ позволяет судить о производных корреляционной функции в нуле. Например, ограничившись при усреднении (2) упомянутым выше классом диагонализуемых потенциалов A_μ, можно при разложении $\langle \kappa_i(\omega_1)\,\kappa_i(\omega_2)\rangle$ заменить лапласиан ∂^2_μ на ковариантную величину D^2_μ и сравнить результат с разложением W в (5). При этом получим

$$4\langle (F^a_{\mu\nu})^2\rangle\,\partial f/\partial(\omega_1-\omega_2)^2 \approx \langle f^{abc}F^a_{\mu\nu}F^b_{\nu\rho}F^c_{\rho\mu}\rangle. \tag{10}$$

Заметим, что вклад операторов размерности 6 в $W(C)$ у нас положителен, если взять $\langle fF^3\rangle$ из [3] с учетом евклидовости. Он отличается знаком от результата работы [1] и этот знак существен для получения ожидаемого падения функции $f(\xi^2)$ при $\xi^2 = 0$. Разногласие между имеющимися в литературе оценками инварианта $\langle fF^3\rangle$ не позволяет в настоящее время определить абсолютную величину $\partial f/\partial(\omega_1-\omega_2)^2$ из (10).

В заключение отметим, что содержащийся в (6) закон площадей соответствует удержанию кварков за счет наличия в вакууме случайных и в значительной мере независимых потоков напряженности глюонного поля, т. е. механизму удержания работы [6].

Автор благодарен Э.Шуряку, указавшему ему на работу [6] и участникам семинара теоретического отдела ФИАН за полезные обсуждения.

Литература

1. *Shifman M.A.* Nucl. Phys., 1980, **B173**, 13.
2. *Hasenfratz P.* CERN Preprint TH-3999, 1984.
3. *Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I.* Nucl. Phys., 1979, **B147**, 385; *Novikov V.A. et al.* Nucl. Phys., 1981, **B191**, 301.
4. *Ono S., Schoberl F.* Phys. Lett., 1982, **118B**, 419.
5. *Gromes D.* Z. Phys., 1981, **C11**, 147.
6. *Olesen P.* Nucl. Phys., 1982, **B200** [FS4], 381.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
22 апреля 1985 г.