

## **НЕУСТОЙЧИВОСТЬ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИКАХ В ПЕРЕМЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ**

*А.А.Чабан*

В настоящее время хорошо изучена неустойчивость упругих колебаний решетки в пьезоэлектрических полупроводниках под действием постоянного электрического поля [1]. Ниже будет показано, что сильная нелинейность электрических свойств в пьезополупроводниках [2] мо-

жет привести к усилению и генерации стоячих звуковых волн заданной частоты под действием внешнего переменного электрического поля, превышающего некоторое пороговое значение. Неустойчивость такого типа реально можно наблюдать не только в полупроводниках, но и в пьезодиелектриках за счет соответствующих нелинейных эффектов. При генерации и усилении стоячих звуковых волн их частота должна быть в два раза меньше, чем частота переменного электрического поля. Этот эффект аналогичен неустойчивости упругих колебаний в ферритах в присутствии переменного магнитного поля [3].

Рассмотрим сначала полупроводящий пьезоэлектрический кристалл. Нелинейность электрических свойств в этом случае описывается уравнением [1]

$$-\frac{\partial^2 D}{\partial x \partial t} = \mu \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (q n_0 - f \frac{\partial D}{\partial x}) E \right\} - D_n f \frac{\partial^3 D}{\partial x^3}. \quad (1)$$

Здесь  $E$  — напряженность электрического поля,  $D = \epsilon E + e(\partial u / \partial x)$  — электрическая индукция,  $u$  — механическое смещение,  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость,  $e$  — пьезоэлектрическая константа,  $-q$  — заряд электрона,  $D_n$  — коэффициент диффузии,  $\mu$  — подвижность,  $n_0$  — число электронов в зоне проводимости,  $f$  — фактор, характеризующий захват электронов ловушками. Уравнение теории упругости имеет вид [1]

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = C \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - e \frac{\partial E}{\partial x}, \quad (2)$$

где  $\rho$  — плотность кристалла,  $C$  — модуль упругости.

Пусть в кристалле возбуждена стоячая упругая волна частоты  $\omega$ . Кроме того, предположим, что к кристаллу приложено внешнее переменное электрическое поле  $E_0 \cos(2\omega t + \delta)$ . Если в нелинейной части уравнения (1) сохранить лишь члены, изменяющиеся во времени с частотой  $\omega$  (другие Фурье-компоненты, связанные с генерацией гармоник, не рассматриваем), то для упругой волны

$$u = u_0 \cos(\omega t + \alpha) \cos(kx + \beta) \exp(-\kappa t)$$

временной коэффициент затухания стоячих волн запишется при  $\kappa \ll \omega$

$$\kappa = \frac{e^2}{\epsilon C} \omega_c \left[ 1 - \frac{\mu f E_0}{2s} \cos(\delta - 2\alpha) \right] \left\{ 1 + \left( \frac{\omega_c}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_D} \right)^2 - \left( \frac{\mu f E_0}{2s} \right)^2 \right\}^{-1/2}, \quad (3)$$

где  $\omega_c = \delta / \epsilon$ ,  $\omega_D = s^2 / f D_n$ ,  $s = \sqrt{C / \rho}$ . При достаточно большом  $E_0$  и подходящей величине  $(\delta - 2\alpha)$  можно получить  $\kappa < 0$ , т.е. звук усиливается. Хотя усиление переменным электрическим полем имеет примерно ту же величину, что и постоянным, следует подчеркнуть существенное различие. Переменное электрическое поле действует лишь на одну моду колебаний решетки, и может использоваться для генерации сигнала заданной частоты, а не просто шумового сигнала. Кроме того, при условии  $\omega \gg \omega_c$  отпадает проблема электрических контактов, поскольку внешнее поле можно создавать резонатором, внутри которого находится кристалл.

Рассмотрим теперь непроводящий пьезоэлектрический кристалл. Ограничиваясь одномерным случаем, как и в предыдущем расчете, изучим поведение стоячей волны под действием переменного электрического поля. В выражении для рассматриваемой компоненты тензора напряжений  $T$  и электрической индукции  $D$  учтем члены второго порядка по  $\partial u / \partial x$  и  $E$  (ср. [4]).

$$\begin{cases} T = C \frac{\partial u}{\partial x} - e E + 2\eta \frac{\partial u}{\partial x} E + Q E^2 + \theta \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 ; \\ D = \epsilon E + e \frac{\partial u}{\partial x} - 2Q \frac{\partial u}{\partial x} E + O E^2 - \eta \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 . \end{cases} \quad (4)$$

Здесь  $\eta$  — квадратичный пьезоэлектрический коэффициент,  $O$  — электрооптическая постоянная,  $Q$  — постоянная электрострикции,  $\theta$  — константа ангармоничности. Совместное решение уравнений Пуассона, теории упругости и (4) приводит к следующему выражению для временно-го коэффициента затухания

$$\kappa = \frac{\omega E_0 \sin(\delta - 2\alpha)}{\rho s^2} \left( \eta - \frac{2eQ}{\epsilon} + \frac{e^2 O}{\epsilon^2} \right), \quad (5)$$

где величины  $\delta$  и  $\alpha$  имеют тот же смысл, что в (3). Итак, при подходящем значении  $(\delta - 2\alpha)$  и достаточно большом  $E_0$  должно наблюдаться усиление звука (как только величина  $-\kappa$  превысит обычное затухание из-за ангармоничности решетки).

Основной вклад в (5), по-видимому, дает первый член. К сожалению, нам не известно каких-либо измерений величины  $\eta$ , и мы вынуждены ограничиться оценкой следующего члена, связанного с электрострикцией. При  $\omega \approx 10^{11}$  сек<sup>-1</sup>,  $e \approx 10^5$  CGSE,  $Q \approx 10$  CGSE,  $\epsilon \approx 10$ ,  $E_0 \approx 10^4$  в.см<sup>-1</sup> получаем  $|\kappa| / 5 \sim 10$  см<sup>-1</sup>. Таким образом, по крайней мере при низких температурах можно экспериментально наблюдать усиление и генерацию стоячих звуковых волн в непроводящих пьезоэлектриках. (В сегнетоэлектриках электрооптический эффект может давать вклад того же порядка, что электрострикция.)

Легко проследить, что рассмотренная неустойчивость звука связана со следующим обстоятельством. Нелинейное взаимодействие бегущей упругой волны с переменным электрическим полем двойной частоты обуславливает появление силы, резонансно возбуждающей упругую волну той же частоты, что исходная, но распространяющуюся в обратном направлении (для полупроводников этот вопрос обсуждался в [5]). Тогда наличие двух бегущих в противоположных направлениях упругих волн, составляющих стоячую волну, может привести к усилению под действием электрического поля обеих волн. Соответствующие условия и получены выше.

Поступило в редакцию  
19 сентября 1967 г.  
После переработки  
7 октября 1967 г.

Акустический институт  
Москва

## Литература

- [1] D.L.White. J. Appl. Phys., 33, 2547, 1962.
- [2] B.Tell. Phys. Rev., 136, A772, 1964; C.Elbaum, R.Truell. Appl. Phys. Lett., 4, 212, 1964; H.Kroger. Appl. Phys. Lett., 4, 190, 1964.
- [3] R.L.Comstock, R.C.Le Craw. Phys. Rev. Lett., 10, 219, 1963.
- [4] С.И.Пекар. ЖЭТФ, 49, 621, 1965.
- [5] А.А.Чабан. ФТТ, 9, 3334, 1967.