КОНСТАНТЫ ПЕРЕНОРМИРОВКИ МАССЫ И ЗАРЯДА В КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ БЕЗ ЗАТРАВОЧНОЙ МАССЫ

П.И.Фомин

1. Цель статьи – показать, что ситуация с константами перенормировки в квантовой электродинамике существенно меняется, если не вводить в теорию затравочной массы m_0 и определить массу электрона m как чисто динамический эффект. При этом m оказывается линейно зависящей от параметра обрезания Λ при неаналитической зависимости от константы связи a, перенормировка же заряда конечна, причем снимается известная трудность с "нулефикацией заряда".

Этот результат связан с определенным выходом за рамки обычной теории возмущений, хотя при его доказательстве теория возмущений частично используется.

2. При $m_0 = 0$ лагранжиан квантовой электродинамики, представляющий собой сумму обычных невозмущенного лагранжиана L_0 и лагранжиана взаимодействия L_I, не содержит массового члена и обладает γ_5 – инвариантностью. Масса, однако, может возникнуть как динамический эффект в схеме с "нарушенной γ_5 –инвариантностью" [1].

Определение массы может быть произведено с помощью известного метода контрчленов. Будем строить теорию возмущений, описывая невозмущенную систему не лагранжианом L_0, а $L_0' = L_0 - m\bar{\psi}\psi$, и рассматривая $L_I' = L_I + m\bar{\psi}\psi$ как лагранжиан взаимодействия. При этом для дальнейших рассуждений удобно вначале переобозначить $m \to \mu$ в контрчлене, записав $L_I' = L_I + \mu\bar{\psi}\psi$, и лишь в конце всех преобразований вновь приравнять $\mu = m$.

Чтобы введенный в L_0' параметр m имел смысл перенормированной массы, параметр μ в L_I' должен быть определен из условия обращения в нуль перенормировки массы, возникающей в результате действия модифицированного лагранжиана взаимодействия L_I'. Иными словами, μ должен быть подобран так, чтобы полюс электронной функции Грина не сдвигался при учете L_I' и совпадал с полюсом $p^2 = m^2$ свободной функции Грина. Поскольку, с другой стороны, $\mu = m$, мы получим уравнение для определения m.

В рассматриваемой схеме электронная функция Грина определяется обычным рядом собственноэнергетических диаграмм Фейнмана плюс

ряд диаграмм, получаемых из данных путем всевозможных вставок в электронные линии элемента, отвечающего члену $\mu\bar{\psi}\psi$. При этом μ следует записать в виде суммы $\mu = \mu_1 + \mu_2 + \ldots$ и распорядиться членом μ_1 так, чтобы скомпенсировать перенормировку массы, возникающую во втором порядке, μ_2 – в четвертом и т.д.

Легко убедиться путем прямой оценки характера расходимости диаграмм собственной энергии, что μ_n имеют следующую структуру (мы считаем, что перенормировка заряда произведена, и через a обозначаем перенормированную константу связи)

$$\mu_1 = ma(a_1 \ln \frac{\Lambda}{m} + b_1), \qquad a_1 = \frac{3}{2\pi},$$

$$\mu_2 = m\,a^2(a_2 \ln^2 \frac{\Lambda}{m} + b_2 \ln \frac{\Lambda}{m} + c_2),$$

$$\mu_n = ma^n(a_n \ln^n \frac{\Lambda}{m} + b_n \ln^{n-1} \frac{\Lambda}{m} + \ldots), \qquad (1)$$

где $a_n, b_n, \ldots$ – числа. Предполагая, что $\ln \Lambda/m$ велик, удержим вначале только старшие степени логарифма в каждом из μ_n. Приравняв m сумму всех μ_n, получим следующее уравнение

$$m \sum_{n=1}^{\infty} a_n (a \ln \frac{\Lambda}{m})^n = m. \qquad (2)$$

Помимо тривиального решения $m = 0$, оно допускает ненулевое решение вида

$$m = \Lambda \exp(-B/a), \qquad (3)$$

где B – число, определяемое соотношением

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n B^n = 1. \qquad (4)$$

Для определения B необходимо найти все a_n. Если в сумме в (4) учесть только первое слагаемое с $a_1 = 3/2\pi$, то получим $B = 2\pi/3$. Предварительные оценки показывают, что все a_n положительны и убывают с ростом n; их учет, следовательно, уменьшает значение B. Это позволяет написать неравенства

$$0 < B < \frac{2\pi}{3}. \qquad (5)$$

Вопрос об однозначности решения мы пока оставляем открытым.

3. Легко показать, что константа перенормировки заряда Z_3, как функция параметра обрезания Λ и перенормированной массы m, сохраняет в рассматриваемой теории тот же вид, что и в обычной. В том же "логарифмическом" приближении, в котором получено уравнение (2) и решение (3), когда в каждом порядке по константе связи удерживаются только старшие степени $\ln \Lambda/m$ (совпадающие со степенью константы связи), перенормировка заряда имеет вид [2]

$$a = a_0 (1 + \frac{a_0}{3\pi} \ln \frac{\Lambda^2}{m^2})^{-1}, \qquad (6)$$

$$Z_3 = \frac{a}{a_0} = (1 + \frac{a_0}{3\pi} \ln \frac{\Lambda^2}{m^2})^{-1} = 1 - \frac{a}{3\pi} \ln \frac{\Lambda^2}{m^2} \qquad (7)$$

(a_0 – неперенормированная константа взаимодействия).

Подставляя выражение (3) для m в (7), получаем

$$Z_3 = \frac{a}{a_0} = 1 - \frac{2}{3\pi} B . \qquad (8)$$

Перенормировка заряда, таким образом, конечна. Из оценки (5) для B следует, что Z_3 лежит в пределах

$$\frac{5}{9} < Z_3 < 1 . \qquad (9)$$

Известная трудность с "нулефикацией заряда" [3], следовательно, снимается.

4. Выражение (3) для полевой массы не допускает разложения по степеням a. Хотя использованный нами метод контрчленов опирается на диаграммную технику, он представляет собой определенный выход за рамки последовательной теории возмущений. Это связано с тем, что при построении уравнения (2), определяющего массу как функцию a, m вначале рассматривается как независимый параметр и не предполагается его разложимость в ряд по константе взаимодействия. В частности, представляние контрчлена μ в виде суммы $\mu = \mu_1 + \mu_2 + \ldots$, члены которой определяются соотношениями (1), не является последовательным разложением по степеням a, поскольку зависимость от a входит также через m. Подстановка решения (3) в (1) показывает, что все μ_n – величины одного порядка.

5. В используемом выше "логарифмическом" приближении отбрасывается бесконечный ряд "неглавных" членов. Если в выражениях (1) для μ_n удерживать не только главные, но и последующие степени $\ln \Lambda / m$, то это приведет к замене в (3) численного коэффициента B рядом $B + aB_1 + a^2 B_2 + \ldots$ и, следовательно, (3) заменится выражением

$$m = \Lambda \exp(-\frac{B}{a} - B_1 - a B_2 - \ldots) =$$

$$= \Lambda \exp(-B_1) \exp(-\frac{B}{a}) \{ 1 - a B_2 + \ldots \} . \qquad (10)$$

Так как ряды теории возмущений в квантовой электродинамике, как предполагается, носят характер асимптотических рядов, естественно ожидать, что и ряд в фигурных скобках в (10) является асимптотическим и что, учитывая малость параметра a, с хорошей точностью можно ограничиться первым членом. В этом случае замена результата (3) выражением (10) качественно не меняет сделанных выше выводов.

Автор глубоко благодарен за интерес к работе и обсуждения А.И.Ахиезеру, Н.Н.Боголюбову, А.А.Комару, М.А.Маркову и В.И.Огиевецкому,

а также участникам семинара Института теоретической физики АН УССР, на котором эта работа докладывалась.

Физико-технический институт
Академии наук Украинской ССР

Поступило в редакцию
29 сентября 1967 г.

Литература

[1] Y. Nambu, G.Jona-Lasinio. Phys. Rev., 122, 345, 1961.
[2] Л.Д.Ландау, А.А.Абрикосов, И.М.Халатников. ДАН СССР, 95, 1177, 1954.
[3] Л.Д.Ландау, И.Я.Померанчук. ДАН СССР, 102, 489, 1955.