ГИСТЕРЕЗИС ЦИКЛОТРОННОГО ПОГЛОЩЕНИЯ НОСИТЕЛЯМИ В НЕПАРАБОЛИЧЕСКОЙ ЗОНЕ

И.Б.Левинсон, М.Л.Шварц

Рассмотрим электрон с изотропным, но непараболическим законом дисперсии $\epsilon(p)$ в магнитном поле $H \parallel z$. В импульсном пространстве он совершает периодическое движение по окружности, получающейся при пересечении сферы $\epsilon(p) = \mathrm{const}$ и плоскости $p_z = \mathrm{const}$. Компоненты импульса p_x и p_y осциллируют во времени с амплитудой $p_\perp$ и частотой $\omega_H(p)$, причем [1]

$$p_\perp = \sqrt{p^2 - p_z^2}, \quad \omega_H(p) = \frac{eH}{c}\,\frac{1}{p}\,\frac{\partial\epsilon}{\partial p}. \qquad (1)$$

Для непараболической зоны ω_H зависит от p, то есть от амплитуды колебаний $p_\perp$. Поэтому электрон можно рассматривать как нелинейный осциллятор. Известно, что амплитуда вынужденных колебаний нелинейного осциллятора является, вообще говоря, неоднозначной функцией частоты вынуждающей силы [2], а при прохождении через резонанс наблюдается гистерезис [3]. Поэтому естественно ожидать подобного эффекта в циклотронном резонансе, для зависимости поглощаемой мощности от частоты электромагнитного поля.

Уравнения движения электрона (для простоты с $p_z = 0$, $p_\perp = p$)

$$\begin{cases} \dfrac{dp_x}{dt} = \omega_H(p)p_y - \dfrac{p_x}{\tau} + eE_x(t) \\[2ex] \dfrac{dp_y}{dt} = -\omega_H(p)p_x - \dfrac{p_y}{\tau} + eE_y(t), \end{cases} \qquad (2)$$

где τ время релаксации, $E(t)$ – высокочастотное электрическое поле. Считая $E(t)$ гармоническим (частоты ω и достаточно малым по амплитуде E), можно найти вынужденные колебания с периодом $2\pi/\omega$ в приближении малой нелинейности методом медленно меняющихся амплитуд и фаз [3].

Вынужденное колебание оказывается гармоническим, причем, как и следовало ожидать, зависимость амплитуды p и фазы ϕ вынужденного колебания от E и ω дается теми же соотношениями, что и для линейного осциллятора, с той только разницей, что в этих соотношениях следует заменить ω_H на $\omega_H(p)$:

$$p^2 [\omega - \omega_H(p)]^2 + \frac{p^2}{\tau^2} = (eE)^2$$

$$\operatorname{tg} \phi = [\omega - \omega_H(p)]\tau . \qquad (3)$$

Легко проверить прямой подстановкой, что для циркулярно поляризованного поля это решение является точным.

Положим теперь для малой нелинейности

$$\omega_H(p) = \omega_H\left(1 + \frac{p^2}{p_0^2}\right), \quad \omega_H = \frac{eH}{mc}, \qquad (4)$$

где p_0 характеризует непараболичность зоны и m есть эффективная масса на дне зоны. Разрешая первое из уравнений (3), находим $p(\omega)$. Максимум этой величины, так же как для линейных колебаний, $p_{max} = eE\tau$. Нетрудно показать, что если поле превышает некоторое критическое, $E > E_c$, где

$$(eE_c)^2 = \frac{4p_0^2}{\omega_H \tau^3}, \qquad (5)$$

существует интервал частот ω вблизи ω_H, где каждому ω соответствует три значения p, два устойчивых и одно неустойчивое. Из (3) ясно, что неоднозначность $p(\omega)$ влечет за собой неоднозначность $Q(\omega)$, и гистерезис $Q(\omega)$ при прохождении через резонанс.

Оценим критическую амплитуду колебаний p_c, то есть p_{max} при $E \simeq E_c$. Из (5) находим, что

$$p_c \simeq p_0 (\omega_H \tau)^{-1/2}. \qquad (6)$$

Так как для наблюдения резонанса необходимо, чтобы

$$\omega_H \tau \gg 1, \qquad (7)$$

то оказывается $p_c \ll p_0$, и условия малой нелинейности в условиях гистерезиса выполняются. Чтобы было справедливо проводившееся класническое рассмотрение движения электрона, необходимо такое выполнение

$$\frac{p_c^2}{2m} >> \hbar\omega_H, \tag{8}$$

что ограничивает магнитное поле сверху. Последние три равенства дают окончательно

$$\frac{\hbar}{\tau} << \hbar\omega_H << \left(\frac{\hbar}{\tau}\frac{p_0^2}{2m}\right)^{1/2}. \tag{9}$$

что возможно в достаточно чистом материале с не слишком большой нелинейностью.

Считая, что закон дисперсии описывается по Кэйну [4], найдем

$$\frac{p_0^2}{2m} = \frac{9}{64}\frac{\hbar^4 E_G^3}{m^2 P^4}, \tag{10}$$

где E_G ширина запрещенной зоны и P матричный элемент спин-орбитального взаимодействия. Чтобы получить представление о порядках величин примем численные значения для n – InSb (величины без размерности соответствуют атомным единицам):

$$E_G = 0{,}88\cdot 10^{-2} = 0{,}23\ \text{эв},\ P = 0{,}44,\ m = 1{,}3\cdot 10^{-2},$$
$$\tau = 10^{-11}\ \text{сек};$$

тогда

$$\frac{p_0^2}{2m} \simeq 2\cdot 10^{-2} \simeq 0{,}5\ \text{эв},\quad \frac{\hbar}{\tau} \simeq 2\cdot 10^{-6} = 0{,}6\cdot 10^{-4}\text{эв}.$$

Принимая $H = 500$ э, находим $\omega_H = 10^{12}\ \text{сек}^{-1}$ ($\lambda = 2$ мм) и $\hbar\omega_H = 0{,}6\cdot 10^{-3}$ эв, так что (9) удовлетворяется. При этих значениях находим $E_c \approx 200$ в/см.

Авторы выражают благодарность Е.М.Гершензону и Ю.А.Гурвичу за обсуждение условий экспериментального наблюдения.

Институт физики полупроводников
Академии наук Литовской ССР

Поступило в редакцию
5 октября 1967 г.

Литература

[1] И.М.Лифшиц, М.И.Каганов. УФН 69, 419, 1959; 78, 411, 1962.
[2] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Механика. Физматгиз, М., 1958.
[3] Ю.А.Митропольский. Проблемы асимптотической теории нестационарных колебаний. Изд-во "Наука", М., 1964.
[4]. E.O.Kane. J.Phys. Chem. Solids, 1, 249, 1957.