

О КОЛЕБАНИЯХ СВЕРХПРОВОДНИКА ВТОРОГО РОДА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. П. Галайко

В экспериментах Андроникашвили, Чигвинадзе и др. [1 – 4] испытывалась оригинальная бестоковая методика исследования сил пиннинга и взаимодействия вихрей в сверхпроводниках второго рода. В этих опытах сверхпроводящий цилиндр в смешанном состоянии [5] совершает малые аксиальные колебания в перпендикулярном к оси цилиндра магнитном поле и измеряется зависимость частоты и декремента затухания колебаний от величины поля, температуры, чистоты образца и прочее (рис. 1, кривые взяты из работы [4]).

Автором были предложены элементарные теоретические соображения, которые позволяют понять необычный характер этих зависимостей (затухание в сверхпроводящем состоянии больше, чем в нормальном!). Возрастание частоты колебаний ω в смешанном состоянии (рис. 1) свидетельствует о наличии "замороженного" магнитного момента в образце, создаваемого зацепленными на различных дефектах вихрями Абрикосова [5]. Оказывается, разделения вихрей на свободные и зацепленные достаточно также и для объяснения зависимости коэффициента затухания Γ от магнитного поля.

Энергия сверхпроводника во внешнем магнитном поле H_0 равна (см. [5, 6]):

$$\mathcal{E} = \int dV \left[\frac{N_s m v_s^2}{2} + \frac{(\hbar - H_0)^2}{8\pi} \right], \quad (1)$$

где m – масса, N_s – плотность сверхпроводящих электронов, v_s – скорость сверхпроводящего конденсата, \hbar – магнитное поле. При вы-

числении интегралов, входящих в выражение (1), удобно представить $h = h_0 + h'$, где $h_0 = H_0 + \nabla \psi$ ($\Delta \psi = 0$, $\psi(\infty) = 0$, $(H_0 n + \frac{\partial \psi}{\partial n})_{r=R} = 0$, $\psi = R^2 \frac{H_0 r}{r^2}$) — есть внешнее поле, создаваемое граничным полем H_0 и не проникающее из-за эффекта Мейсснера внутрь цилиндра; h' — поле, создаваемое вихрями: внутри цилиндра — h'_{in} , вне цилиндра — $h'_{out} = \nabla \psi'$ ($\Delta \psi' \leq 0$, $\psi'(\infty) = 0$, $\frac{\partial \psi'}{\partial n} \Big|_{r=R} = B_n$, $\psi' = -R^2 \frac{B_n r}{r^2}$).

Тогда, например, интеграл $(4\pi)^{-1} \int dV h'(h_0 - H_0)$ равен:

$$\int dV \frac{h'(h_0 - H_0)}{4\pi} = -V \frac{BH_0}{4\pi} + \int_{(out)} dV \frac{\text{div}(h'\psi)}{4\pi} = -V \frac{BH_0}{2\pi}$$

(V — объем цилиндра). Здесь B есть магнитная индукция внутри сверхпроводника, равная среднему значению поля h' : $B = B_p + B_f$, $B_p = n_p \Phi_0$, $B_f = n_f \Phi_0$, $B_n = B_p \cos(\theta - \phi) + B_f \cos(\theta - \phi')$, где $\Phi_0 = \pi \hbar c / e$ — квант магнитного потока, n_p и n_f — плотность зацепленных и свободных вихрей. Остальные обозначения понятны из рис. 2, на котором изображено поперечное сечение цилиндра радиуса R : ϕ — угол поворота зацепленных вихрей, совпадающий с углом поворота цилиндра, ϕ' — угол поворота свободных вихрей. Предполагается, что амплитуда колебаний достаточно мала и вихревые нити приближенно сохраняют прямолинейную форму.

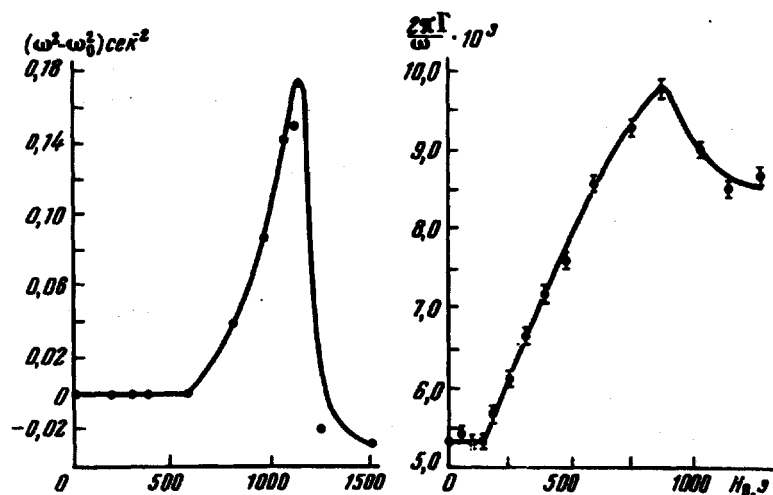


Рис. 1

Внутри сверхпроводника величины h' и v_s удовлетворяют уравнениям Лондонов:

$$\text{rot } h'_{in} = \frac{4\pi}{c} N_s e v_s \quad \text{rot } v_s = -\frac{e}{mc} h'_{in}$$

причем вихревые нити определяются как сингулярные решения этих уравнений, подчиненные условию квантования [5]: $\oint_{C_r} v_s dr = \pi \hbar / m$, $C_r \rightarrow 0$

где C_r – бесконечно малый контур, охватывающий нить. Отсюда, разделяя естественным образом: $\mathbf{h}'_{in} = \mathbf{h}_p + \mathbf{h}_f$, $\mathbf{v}_s = \mathbf{v}_{sp} + \mathbf{v}_{sf}$ и интегрируя по частям, получим:

$$\begin{aligned} \int_{(in)} dV \left[\frac{h_f^2}{8\pi} + \frac{N_s m v_{sf}^2}{2} \right] &= \int_{(in)} dV \frac{mc}{8\pi e} \operatorname{div} (\mathbf{h}_f \times \mathbf{v}_{sf}) = \\ &= \frac{\Phi_0}{8\pi} \sum_{i_f} \sum_{k_f} \int \mathbf{h}_f (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_k) d\vec{\mathbf{l}}_i = V \left(\epsilon_0 n_f + \frac{B_f^2}{8\pi} \right), \end{aligned}$$

где $\epsilon_0 = \frac{\Phi_0 h(0)}{8\pi} = \frac{\Phi_0 H_{c1}}{4\pi}$ – логарифмически большая ($\sim \ln \kappa$, $\kappa \gg 1$ – параметр теории Гинзбурга – Ландау [7]) собственная энергия вихря на единицу длины [5].

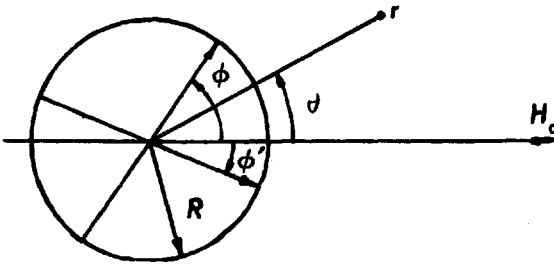


Рис. 2

Аналогично вычисляются остальные интегралы в выражении (1) и с точностью до несущественных постоянных слагаемых получается следующий потенциал взаимодействия цилиндра с внешним полем:

$$U = V \left[\epsilon_0 n_f + \frac{\Phi_0^2}{4\pi} n_f^2 + \frac{B_p B_f}{2\pi} - \frac{(B_p + B_f) H_0}{2\pi} \right]. \quad (2)$$

Движение свободных вихревых нитей относительно сверхпроводника сопровождается диссипацией энергии, описываемой феноменологически с помощью коэффициента вязкости вихрей [8]: $\eta = \Phi_0 \sigma_n H_{c2} / c^2$ (σ_n – нормальная проводимость образца). Нетрудно рассчитать соответствующую диссипативную функцию Ψ и коэффициент затухания колебаний Γ :

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} \dot{\mathcal{E}}_{\text{мех}} &= \Psi = \int dV n_f \frac{\eta v_L^2}{2} = V n_f \frac{\eta R^2 (\dot{\phi} - \dot{\phi}')^2}{4} \quad v_L = R(\dot{\phi}' - \dot{\phi}) \\ \Gamma &= \Gamma_0 + \frac{\bar{\Psi}}{\mathcal{E}_{\text{мех}}} = \Gamma_0 + V n_f \frac{\eta R^2 (\dot{\phi} - \dot{\phi}')^2}{4 I \bar{\phi}^2} \quad (3) \end{aligned}$$

v_L – скорость движения элемента вихревой нити относительно сверхпроводника, I – момент инерции колебательной системы, Γ_0 – затухание, обусловленное другими механизмами.

Так как время релаксации свободных вихрей имеет микроскопический порядок величины и мало, то в потенциале $U(2)$ угол ϕ' определяется в каждый момент времени из условия равновесия:

$$\partial U / \partial \phi' = 0. \quad (4)$$

Что касается плотности свободных вихрей n_f , то здесь, по-видимому, возможен как случай замедленной релаксации, когда в процессе колебаний дополнительные вихри не успевают проникать внутрь образца из-за большого поверхностного барьера, так и противоположный случай быстрой релаксации.

1. В первом случае: $n_f = \text{const}$. Элементарный расчет с помощью уравнения движения $l(\ddot{\phi} + \omega_0^2 \phi) + (\partial U / \partial \phi) = 0$ и соотношений (2), (3) и (4) в приближении малых амплитуд ϕ и ϕ' дает следующие результаты:

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \frac{V H_0 B(H_0)}{2\pi l} \frac{c_p \left(1 - \frac{B(H_0)}{H_0}\right)}{1 - c_p \frac{B(H_0)}{H_0}} \quad B(H_0) = B_p + B_f,$$

$$\Gamma = \Gamma_0 + \frac{V R^2 \sigma_n H_{c2} B(H_0)}{4 l c^2} \frac{c_f}{\left(1 - c_p \frac{B(H_0)}{H_0}\right)^2} \quad c_p = \frac{B_p}{B(H_0)} \quad c_f = \frac{B_f}{B(H_0)},$$

где ω_0 — нулевая частота колебаний, связанная с упругими свойствами колебательной системы; $B(H_0)$ — равновесная магнитная индукция, определяемая по кривой намагничивания Абрикосова [5]¹⁾.

2. В противоположном случае быстрой релаксации плотность n_f также должна определяться из условия равновесия: $\partial U / \partial n_f = 0$. Вычисления, аналогичные предыдущим, для не слишком малых полей $H \gg H_{c1}$ дают результат:

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \frac{V \epsilon_0}{l} \frac{n_p}{1 - \frac{\Phi_0 n_p}{H_0}}, \quad (6)$$

$$\Gamma = \Gamma_0 + \frac{V R^2 \sigma_n H_{c2}}{4 l c^2} \frac{1}{1 - \frac{\Phi_0 n_p}{H_0}}.$$

В формулах (5) и (6) при $H_0 \rightarrow H_{c2}$ ($B \rightarrow H_{c2}$): $n_p \rightarrow 0$, образец переходит в нормальное состояние и затухание, связанное с вихрями, переходит в затухание на токах Фуко: $\Gamma_\Phi = V R^2 \sigma_n H_{c2}^2 / 4 l c^2$.

Из этих формул видно, что в общем случае на монотонный рост коэффициента затухания $\Gamma \sim B(H_0)$ или $\sim H_0$ накладывается пик, обус-

¹⁾ При построении этой кривой для цилиндра в поперечном поле необходимо учитывать фактор размагничивания.

ловленный знаменателем $1 - V_p/H_0$. В случае (6) этот пик непосредственно связан с пиком в частоте:

$$\frac{\Gamma - \Gamma_0}{\Gamma_\Phi} = \frac{H_0}{H_{c2}} + \frac{I\Phi_0}{V\epsilon_0 H_{c2}} (\omega^2 - \omega_0^2).$$

С физической точки зрения дополнительное поглощение возникает благодаря отталкиванию свободных вихрей от зацепленных, которое приводит к возрастанию амплитуды колебаний свободных вихрей относительно сверхпроводника и к соответствующему возрастанию потерь на вязкое движение вихревых нитей.

Физико-технический институт
низких температур
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
30 октября 1972 г.

Литература

- [1] E.L.Andronikashvili, S.M.Ashimov, D. G.Chigvinadze, J.S.Tsakadze. Phys. Lett., 25A, 85, 1967.
- [2] Э.Л.Андроникашвили, Дж.С.Цакадзе, Дж.Ф.Чигвинадзе. Сообщения АН Груз. ССР, 51, 55, 1968.
- [3] E.L.Andronikashvili, J.G.Chigvinadze, J.S.Tsakadze, R.M.Kerr, J.Lowell, K.Mendelsson. Phys. Lett., 28A, 713, 1969.
- [4] Дж. Г.Чигвинадзе. Исследование диссипативных свойств и пиннинга в сверхпроводниках второго рода, диссертация, Тбилисский госуниверситет, Тбилиси, 1970.
- [5] А.А.Абрикосов. ЖЭТФ, 32, 1442, 1957.
- [6] В.П.Силин. ЖЭТФ, 21, 1330, 1951.
- [7] В.Л.Гинзбург, Л.Д.Ландау. ЖЭТФ, 20, 1064, 1950.
- [8] P. W. Andersen, Y.B.Kim. Rev. Mod. Phys., 36, 39, 1964.