Письма в ЖЭТФ, том 17, вып. 2, стр. 120 – 124. 20 января 1973 г.

ОБ ОДНОМ ТОЧНОМ РЕШЕНИИ ТЕОРИИ КВАЗИЛИНЕЙНОЙ РЕЛАКСАЦИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ НЕУСТОЙЧИВОЙ ПЛАЗМЫ В ПОЛЕ МОЩНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В. В. Пустовалов, В. П. Силин, В. Т. Тихончук

Исследования явлений параметрического резонанса в плазме стимулируют детальную разработку отдельных аспектов теории таких явлений [1, 2]. Нагрев плазмы в исследованиях по управляемому термоядерному синтезу [3 – 5], эксперименты с мощным излучением в околоземной плазме [6]– вот далеко не полный перечень проблем, обусловливающих актуальность развития теории параметрически возбуждаемой плазмы. В настоящем сообщении излагаются первые результаты квазилинейной теории, описывающие процесс установления квазистационарного состояния в параметрически неустойчивой плазме, подвергающейся воздействию мощного излучения. Найденное автомодельное решение системы квазилинейных уравнений [7] позволяет определить спектральную плотность флуктуаций поля в плазме, функцию распределения электронов и число быстрых электронов, возникающих в процессе квазилинейной релаксации при развитии параметрической неустойчивости.

Рассмотрим однородную плазму, находящуюся в постоянном магнитном поле [1)] и переменном электрическом поле (волны накачки) с частотой ω_0 и напряженностью E_0. Ограничимся изучением квазилинейной эволюции параметрической неустойчивости, соответствующей распаду волны накачки на колебание с частотой нижнего гибридного резонанса $\omega_{L_e}|\cos\theta|$ и медленную магнитозвуковую волну $\omega_{L_i} k r_{D_e} |\cos\theta|$ (θ – угол между волновым вектором $\mathbf{k}$ и магнитным полем, ω_{L_e} и ω_{L_i} ленгмюровские частоты электронов и ионов, r_{D_e} – дебаевский радиус электронов). В рамках резонансного взаимодействия электронов с возбуждаемым высокочастотным колебанием (нижним гибридом) квазилинейная релаксация описывается уравнением [2)]:

$$\eta''(1 + e^{\eta}) + \eta'(\eta' - 1) e^{\eta} = 0 \qquad (1)$$

для функции $\eta(z)$, определяющей спектральную плотность энергии магнитного звука:

$$\frac{W_s(k,t)}{N_e \kappa T_e} = \frac{16}{5}\left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} aC \frac{\omega_{L_e}^2}{\omega_0 \omega_{L_i}} \frac{e^{\eta(z)}}{k^5 r_{D_e}^2} \delta\left(|\cos\theta| - \frac{\omega_0}{\omega_{L_e}}\right). \qquad (2)$$

Здесь N_e – число электронов в единице объема, $v_E = (eE_0/m\omega_0)$ – скорость осцилляций электрона с зарядом e и массой m в поле накачки. Автомодельная переменная z имеет вид (v_{T_e} – тепловая скорость электронов с температурой T_e, κ – постоянная Больцмана)

$$z \equiv -\ln\{k r_{D_e} \exp(a\omega_0 t)\}; \qquad a \equiv \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{C}{5} \frac{\omega_{L_e}}{\omega_{L_i}} \frac{v_E^2}{v_{T_e}^2}$$

и характеризует зависимость W_s от волнового числа k и времени t. Общее решение уравнения (1) можно представить соотношением:

$$C_2 e^{\eta - z} = \left|1 + \frac{e^{-\eta}}{1 + C_1}\right|^{C_1},$$

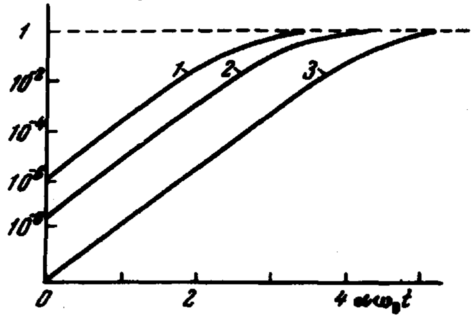
---

1) Полученные здесь результаты не зависят явно от напряженности внешнего магнитного поля, роль которого сводится, по существу, к "одномеризации" квазилинейной релаксации.

2) Это уравнение возникает в интересующих нас условиях как следствие квазилинейной системы двух связанных уравнений для функции распределения электронов и звукового шума (ср. [8]).

в котором постоянные интегрирования C_1 и C_2 находятся с точностью до величины постоянной C, являющейся параметром автомодельной задачи:

$$\left\{\frac{16}{5}\left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} aC\,\frac{\omega_{L_e}^2}{\omega_0\,\omega_{L_i}}\,N_e r_{D_e}^3\right\}^{1/5} = kr_{D_e}\,e^{\eta + a\omega_0 t}\left(e^{-\eta} - \frac{1}{5}\right)^{6/5}. \quad (3)$$



Спектральная плотность энергии медленной магнитозвуковой волны (2) в зависимости от времени при различных значениях волнового числа. По оси ординат в логарифмическом масштабе откладывается величина $1/5\,e^{\eta}$, равная отношению нестационарной спектральной плотности $W_s(\mathrm{k}, t)$ к турбулентной стационарной $W_s(\mathrm{k}, \infty)$. Ось абсцисс соответствует изменению безразмерного времени $a\omega_0 t = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2}\frac{C}{5}\,\frac{\omega_{L_e}}{\omega_{L_i}}\,\frac{v_E^2}{v_{T_e}^2}\,\omega_0 t$. График построен для трех значений волнового числа $(kr_{D_e}) = 0{,}2$ (кривая 1); $(kr_{D_e}) = 0{,}1$ (кривая 2) и $(kr_{D_e}) = 0{,}03$ (кривая 3) при значении автомодельной постоянной

$$C = \frac{25}{4}\left(\frac{\pi}{2}\,\frac{\omega_0}{\omega_{L_e}}\right)^{1/2}\left(N_e r_{D_e}\right)^{-1/2}\frac{\omega_{L_i}}{\omega_{L_e}}\,\frac{v_{T_e}}{|\mathrm{v}_E|}.$$

Зависимость энергии шума (2) от времени показана на рисунке. Из рисунка видно, что при больших временах $(5/6)\,a\omega_0 t \gg 1$ шум насыщается. Выход шума на стационарное значение:

$$\frac{W_s(\mathrm{k}, \infty)}{N_e \kappa T_e} = \frac{32C^2}{5\pi}\,\frac{\omega_{L_e}}{\omega_0}\,\frac{\omega_{L_e}^2}{\omega_{L_i}^2}\,\frac{v_E^2}{v_{T_e}^2}\,\frac{1}{k^5 r_{D_e}^2}\,\delta\left(|\cos\theta| - \frac{\omega_0}{\omega_{L_e}}\right)$$

происходит по закону:

$$W_s(\mathrm{k}, t) \approx W_s(\mathrm{k}, \infty)\left\{1 - \left[16\left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} aC\,\frac{\omega_{L_e}^2}{\omega_0\,\omega_{L_i}}\,N_e r_{D_e}^3\right]^{1/6}(kr_{D_e})^{-5/6}e^{-5/6\,a\omega_0 t}\right\}.$$

Инкремент γ параметрической раскачки находится дифференцированием равенства (3) по времени:

$$\gamma(\mathrm{k}, t) = \frac{1}{2}\,\frac{\partial\eta}{\partial t} = \frac{a\omega_0}{2}\,\frac{5 - e^{\eta}}{1 + e^{\eta}}. \quad (4)$$

Экспоненциальное уменьшение инкремента с ростом времени соответствует сделанному выше выводу о насыщении шума. Для отыскания функции распределения быстрых электронов со скоростями $v = (\omega_0 / k\cos\theta)$ достаточно вычислить высокочастотный декремент затухания $\tilde{\gamma}$ нижнего гибрида с помощью инкремента (4) (γ_s – декремент черенковской диссипации магнитного звука на электронах)

$$\gamma = -\tilde{\gamma} + \frac{\omega_0}{16}\frac{\omega_s}{\gamma_s}\frac{v_E^2}{v_{T_e}^2}|\cos\theta|; \quad \gamma_s > \gamma, \ \tilde{\gamma}.$$

При этом с помощью (3) и явного выражения для $\tilde{\gamma}$:

$$\tilde{\gamma}(k\,t) = \frac{\omega_0}{\sqrt{2\pi}}\frac{\omega_{L_e}}{\omega_{L_i}}\frac{v_E^2}{v_{T_e}^2} - \frac{a\omega_0}{2}\frac{5 - e^{\eta}}{1 + e^{\eta}}$$

убеждаемся, что функция распределения электронов в области квазилинейной релаксации параметрически неустойчивой плазмы выходит на стационарное значение:

$$F_e(v, \infty) = \frac{\sqrt{2}}{\pi^{3/2}}\frac{\omega_{L_e}}{\omega_{L_i}}\frac{v_E^2}{v_{T_e}^2}\frac{1}{|v|} + C_3. \tag{5}$$

Возникшая постоянная интегрирования C_3 находится из условия сшивки распределения (5) с максвелловским на левом конце v_1 интервала скоростей квазилинейной диффузии ($v_1 < v < v_2$):

$$C_3 = -\frac{\sqrt{2}}{\pi^{3/2}}\frac{\omega_{L_e}}{\omega_{L_i}}\frac{v_E^2}{v_2\, v_{T_e}}\left\{\ln\frac{v_2}{v_1} - \frac{v_{T_e}^2}{v_1^2}\right\};$$

$$v_1 \approx v_{T_e}\left\{2\ln\left(\frac{\pi}{2}\frac{\omega_{L_i}}{\omega_{L_e}}\frac{v_1 v_{T_e}}{v_E^2}\right)\right\}^{1/2}.$$

Соответствующая функции распределения (5) плотность быстрых электронов δN_e дается формулой:

$$\delta N_e = \frac{\sqrt{2}}{\pi^{3/2}} N_e \frac{\omega_{L_e}}{\omega_{L_i}}\frac{v_E^2}{v_{T_e}^2}\ln^{-1}\left(\frac{\pi}{2}\frac{\omega_{L_i}}{\omega_{L_e}}\frac{v_1 v_{T_e}}{v_E^2}\right). \tag{6}$$

В водородной плазме $(\omega_{L_e}/\omega_{L_i}) \approx 43$, подвергающейся воздействию сравнительно слабых потоков излучения $(v_E^2 / v_{T_e}^2) \approx 5\cdot 10^{-4}$, относительное число быстрых электронов $(\delta N_e / N_e)$ достигает, согласно (6), величины порядка нескольких десятых долей процента.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
17 ноября 1972 г.

Литература

[1] В.Н.Силин. ЖЭТФ, 48, 1679, 1965.

[2] В.П.Силин. УФН, 108, №4, 1972.

[3] Н.Г.Басов, О.Н.Крохин. ЖЭТФ, 46, 171, 1964.

[4] Н.Г.Басов, О.Н.Крохин. Вестник АН СССР, №6, 55, 1970.

[5] A.B.Kitsenko, V.I.Panchenko, K.N.Stepanov, V.F.Tarasenko. V European Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics, vol. I, p. 113, Grenoble, 1972.

[6] W.F.Utlaut. J. Geophys. Res., 75, 6402, 1970.

[7] В.П.Силин. ЖЭТФ, 57, 183, 1969.

[8] В.В.Пустовалов, В.П.Силин, В.Т.Тихончук. ЖЭТФ, 64, вып 3, 1973.