Письма в ЖЭТФ, том 41, вып. 12, стр. 508 – 510 *25 июня 1985 г.*

ОТСУТСТВИЕ РЕНОРМАЛИЗАЦИОННОЙ ГРУППЫ В ТЕОРИИ ЛОКАЛИЗАЦИИ

К.Б.Ефетов

Показано, что предположение о существовании ренормализационной группы в теории локализации противоречит результатам, полученным с помощью теории возмущений.

Гипотеза о существовании ренормализационной группы [1] в значительной мере определила развитие теории неупорядоченных металлов в последние годы. Согласно этой гипотезе изменение проводимости образца при изменении размеров зависит только от величины проводимости и величины изменения размеров. Для проводимости были написаны уравнения ренормализационной группы. Используя естественные предположения о виде функции Гелл-Манна – Лоу, авторы работы [1] предсказали локализацию в сколь угодно слабом потенциале в одном и двух измерениях и степенное поведение кинетических коэффициентов вблизи порога подвижности в пространстве с размерностью $d > 2$. Гипотеза о существовании ренормализационной группы согласовывалась с результатами прямого суммирования первых порядков теории возмущений [2, 3] и с результатами рассмотрения σ-моделей в пространстве с размерностью $2 + \epsilon$ [4 – 6].

Однако, при этих вычислениях для образования логарифмически расходящихся в двумерном пространстве интегралов использовалась процедура размерной регуляризации. Согласно этой процедуре вычисления проводятся в пространстве с размерностью $d < 2$, после чего делается аналитическое продолжение по размерности пространства на $d \geqslant 2$. Эта процедура хорошо работает в теории фазовых переходов при вычислении универсальных величин, не зависящих от способа обрезания [7].

Если же не быть заранее уверенным в существовании универсальных величин, применение процедуры размерной регуляризации требует проверки. Недавнее вычисление на дереве Кэйли [8] показало, что в неупорядоченной системе возле порога подвижности критическое поведение вообще не является степенным, а существует минимальная металлическая проводимость в металлической фазе и максимальная диэлектрическая проницаемость в диэлектрической областях. Это не согласуется с предсказаниями ренормализационной группы. Поэтому становится актуальной проверка ренормализационной группы прямым расчетом в двумерном пространстве без использования каких-либо дополнительных предположений, например, о регуляризации интегралов.

Ниже рассматривается двумерная система неупорядоченных металлических гранул. Вычисление коррелятора плотностей $K(r, r')$, определяющего кинетику электронов, сводится в такой модели к вычислению интегралов по суперматрицам [8]

$$K(r,r') = -\, 2\pi^2\nu^2 \int (Q^{12}_{13})_r (Q^{21}_{31})_{r'} \exp(-F[Q]) \prod_i dQ_i \tag{1}$$

где

$$F[Q] = -\sum_{i,j} J_{ij}\, \mathrm{STr}\,\{Q_i Q_j\} + 2i(\tilde{\omega} + i\delta)\sum_j \mathrm{STr}\{\Lambda Q_j\};\ \tilde{\omega} = \frac{\omega\pi\nu V}{8}. \tag{2}$$

В формулах (1), (2) индексы i, j, r, r' обозначают номера гранул. Константы J_{ij} описывают взаимодействие между гранулами, вызванное возможностью туннелирования электронов из гранулы в гранулу. Буквой ν обозначена плотность состояний на поверхности Ферми, V — объем гранул, ω — внешняя частота. Предполагается, что все объемы гранул одинаковы, а константы связи J_{ij} зависят только от расстояния между i-ой и j-ой гранулами. Явный вид суперматриц Q, Λ и определение суперследа STr можно найти в [9].

Модель, описываемая (1), (2), является суперматричной σ-моделью на решетке. В этой модели вопрос об обрезании на малых расстояниях не возникает. Разумеется, если Q медленно меняется от гранулы к грануле, модель (1), (2) переходит в континуальную суперматричную σ-модель [6, 9].

Проведем вычисление в рамках теории возмущений при больших константах связи J_{ij} или большом радиусе взаимодействия r_0. Из-за технических трудностей ограничимся случаем системы с нарушенной симметрией относительно обращения времени. Для спиновых моделей на решетке существует регулярный способ [10] построения разложения, применимого при больших константах связи или больших радиусах взаимодействия. В этом методе выделяется в приближении среднего поля средний спин, после чего производится разложение по отклонениям от этого среднего спина. Аналогичное рассмотрение можно провести и для модели (1), (2). Среднее значение суперматрицы Q в этой модели точно равно суперматрице Λ для любых значений констант связи J_{ij}. Выделяя это среднее значение, приводим функционал $F[Q]$ (2) к виду

$$F[Q] = -\sum_{i,j} J_{ij}\, \mathrm{STr}\{(Q_i - \Lambda)(Q_j - \Lambda)\} - \alpha \sum_j \mathrm{STr}\{\Lambda Q_j\}, \tag{3}$$

где $\alpha = 2(J - i(\tilde{\omega} + i\delta))$.

Так же, как и в [10], дальнейшее вычисление интеграла (1) можно проводить, разлагая по взаимодействию отклонений от среднего значения (первый член в (3)). Схема вычислений и построение одно- и двухпетлевого приближений полностью аналогичны проведенным в [10]. Соответствующие графики одно- и двухпетлевого приближений можно найти в этой же работе. Фактически параметром разложения служит большой коэффициент диффузии D_0, который выражается через константу взаимодействия $J(k)$ в представлении Фурье по формуле

$$D_0 = -\frac{1}{2} J''(0). \tag{4}$$

При большом радиусе взаимодействия r_0 проведенное разложение применимо и при небольших J (достаточно, чтобы было $D_0 \gg 1$). В результате довольно громоздких вычислений можно получить для коррелятора плотностей $K(k)$ в импульсном представлении

$$K(k) = \frac{(\pi\nu)^2}{4(Dk^2 - i\tilde{\omega})}, \tag{5}$$

где коэффициент диффузии D равен

$$D = D_0(1-\delta) - \frac{64\pi^2}{D_0}(1-\gamma)\ln\frac{\tilde{\omega}_0}{\tilde{\omega}}, \tag{6}$$

$$\delta = \frac{c}{D_0}\int\frac{(J'_x(p))^2}{J-J(p)}\frac{d^2p}{(2\pi)^2},$$

$$\gamma = \frac{2^9c^2}{\pi J^2}\int(J'_x(p))^2J(p)(J-J(p))d^2p,\quad c = \frac{1-e^{-8\alpha}}{32\alpha^2}. \tag{7}$$

Частота $\tilde{\omega}_0$ имеет порядок J, $J'_x(p)$ – производная от $J(p)$ по x-компоненте импульса p.

Если формально положить δ и γ равными нулю, то формула (6) для коэффициента диффузии D совпадает с соответствующим результатом, полученным с помощью размерной регуляризации [3, 4, 6]. Конечные значения δ и γ определяются вкладом коротких расстояний. Эти величины зависят от структуры решетки. При больших r_0 параметр γ может иметь порядок единицы, так как J может быть меньше или порядка единицы, а D_0 оставаться большим. Но даже, если γ мало, учет этого параметра при $r_0 \gg 1$ не является превышением точности, так как следующие порядки давали бы более высокие степени r_0^{-1}.

Зависимость коэффициента перед логарифмом в (6) от структуры решетки противоречит гипотезе о существовании ренормализационной группы [1], так как согласно последней этот коэффициент может зависеть только от D_0. Поэтому эта гипотеза неправильна. По-видимому, случай нарушенной симметрии относительно обращения времени не является выделенным, и гипотеза о ренормализационной группе неверна и в остальных случаях.

В отсутствие ренормализационной групп' утверждения о локализации в сколь угодно слабом потенциале при $d = 2$ и степенном поведении возле порога подвижности при $d > 2$ не являются обоснованными. Более естественным представляется существование порога подвижности при $d \geqslant 2$ и существование минимальной металлической проводимости, предсказанной Моттом [10], при всех $d \geqslant 2$. Последнее, во всяком случае, согласуется с результатом точного рассмотрения на дереве Кэйли. Более подробное изложение проведенного расчета будет представлено в другом месте [12].

Автор благодарен А.И.Ларкину за обсуждение результатов работы.

Литература

1. *Abrahams E., Anderson P.W., Licciardello D.C., Ramakrisnan T.V.* Phys. Rev. Lett., 1979, **42**, 673.
2. *Горьков Л.П., Ларкин А.И., Хмельницкий Д.Е.*, Письма в ЖЭТФ, 1979, **30**, 248.
3. *Hikami S.* Phys. Rev. B., 1981, **24**, 2671.
4. *Wegner F.* Z. Phys. B., 1979, **35**, 207; *Schäfer L., Wegner F.* Z. Phys. 1980, **B38**, 113.
5. *Ефетов К.Б., Ларкин А.И., Хмельницкий Д.Е.* ЖЭТФ, 1980, **79**, 1120.
6. *Ефетов К.Б.* ЖЭТФ, 1982, **82**, 872.
7. *Brezin E., Zinn-Justin J.* Phys. Rev., 1976, **B14**, 1310; *Brezin E., Hikami S., Zinn-Justin.* Nucl. Phys., 1980, **B164**, 528.
8. *Ефетов К.Б.* Письма в ЖЭТФ, 1984, **40**, 17; ЖЭТФ, 1985, **88**, 1032.
9. *Efetov K.B.* Adv. in Phys., 1983, **32**, 53.
10. *Вакс В.Г., Ларкин А.И., Пикин С.А.* ЖЭТФ, 1967, **53**, 1089.
11. *Mott N.F.* 1974, Metal Insulator Transition (Taylor and Francis, London, 1974).
12. *Ефетов К.Б.* ЖЭТФ, 1985, **89**, вып. 9.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
23 апреля 1985г.