Письма в ЖЭТФ, том 41, вып. 12, стр. 535 – 537 *25 июня 1985 г.*

ТЕОРИИ КАЛУЦЫ – КЛЕЙНА И СИГНАТУРА ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ

И.Я.Арефьева, И.В.Волович

Построены вакуумные решения в теориях Калуцы – Клейна с дополнительными компактифицированными временными измерениями, для которых нулевые моды не содержат духов. При этом использованы компактные пространства отрицательной кривизны.

В последнее время получены значительные результаты на пути построения единой теории элементарных частиц в подходе типа Калуцы – Клейна в супергравитации [1] и суперструнах [2, 3]. При этом предполагается, что пространство-время имеет дополнительные измерения, которые спонтанно компактифицированы и поэтому при низких энергиях проявляются только в виде дополнительных полей и их взаимодействий. Обычно считается, что дополнительные измерения пространственно-подобны. т. е. рассматривается многообразие M^d с метрикой g_{MN} сигнатуры $(-++\dots+)$. Однако представляется желательным не фиксировать сигнатуру метрики заранее, а определять ее динамически, допуская, в принципе, возможность дополнительных времениподобных измерений. Гипотеза о существовании дополнительных компактифицированных времениподобных измерений рассматривалась в [4]. В [5] было показано, что существуют решения эффективной полевой теории суперструны в пространстве с дополнительными времениподобными измерениями.

Наличие дополнительных временных измерений, вообще говоря, приводит к трудностям, связанным с появлением в эффективной четырехмерной теории духов и тахионов. В настоящей работе будут указаны топологические критерии на компактификацию, при которых духи отсутствуют и можно построить удовлетворительную четырехмерную теорию взаимодействующих безмассовых полей. Предполагается также, что в теории введено обрезание на больших трехмерных импульсах, так что тахионы не проявляются при энергиях меньших планковских.

Рассмотрим многообразие M^d с метрикой g_{MN} сигнатуры $(d-3, 3)$, соответствующей $d-3$ времени-подобным измерениям. Рассмотрим редукцию вида $M^d = M^4 \times B^{d-4}$, где M^4 пространство-время с сигнатурой $(1, 3)$, B^{d-4} – компактное пространство. Для того, чтобы в четырехмерной теории не было безмассовых духов, потребуем выполнения следующих условий на B : 1) B не имеет векторных полей Киллинга. 2) Если в состав полей материи входят кососимметричные тензоры ранга r, то числа Бетти $b_{2k+1} = 0$ при $k = 0, 1, \ldots; \; 2k+1 \leqslant r$.

Условие 1) исключает появление духовых калибровочных полей (хотя изометриям не всегда отвечают безмассовые калибровочные поля [6]), а условие 2) означает отсутствие гармонических форм нечетного ранга и, следовательно, отсутствие соответствующих духовых полей. Рассмотрим следующие примеры, удовлетворяющие этим критериям.

1. Чистая гравитация с уравнениями Эйнштейна для метрики в пространстве M^d сигнатуры $(d-3, 3)$. Имеется вакуумное решение, соответствующее компактификации $M^d = M^4 \times B^n$, $n = d-4$, M^4 – пространство Минковского, B^n – Риччи – плоское компактное многообразие, не имеющее полей Киллинга. Например, при $n = 4$ можно взять $B^4 = K3$, $K3$ – четырехмерная поверхность Куммера, при $n = 6$ в качестве B^6 можно взять пространство Калаби – Яу [3]. Эффективная низкоэнергетическая четырехмерная теория нулевых мод описывает взаимодействие гравитационного поля с безмассовыми скалярными полями.

2. Уравнения гравитационного поля с Λ-членом, $R_{MN} = \Lambda g_{MN}$, $\Lambda > 0$, в $(4+n)$-мерном пространстве времени с сигнатурой $(n+1, 3)$ допускают компактификацию $dS^4 \times Л^n$, где dS^4 — четырехмерное пространство де Ситтера, а $Л^n$ – n-мерное компактное многообразие постоянной отрицательной кривизны. Примеры таких многообразий см. [7], например, при $n = 2$ $Л^2$ – сфера с двумя ручками. Такая компактификация удовлетворяет критерию 1), поскольку компактные гиперболические пространства согласно теореме Бохнера не имеют векторных полей Киллинга.

3. Взаимодействие гравитации с полем Янга – Миллса в M^7 с сигнатурой $(4, 3)$. Имеется компактификация вида $adS^4 \times Л^3$ при помощи погружения поля Янга – Миллса в спиновую связность, где $Л^3$ — трехмерное компактное многообразие постоянной отрицательной кривизны с $b_1 = 0$, например, гиперболическое пространство додекаэдра (ср. компактификацию на пространство положительной кривизны [9]).

4. Для одиннадцатимерной супергравитации в сигнатуре $(8, 3)$ используя анзатц Фройнда – Рубина [8], получаем компактификацию $M^{11} = adS^4 \times B^7$ без духов, если B^7– компактное многообразие постоянной отрицательной кривизны с $b_1 = b_3 = 0$.

5. Покажем, что введение дополнительных времениподобных переменных позволяет найти нетривиальное вакуумное решение в бозонном секторе $d = 10, N = 1$ супергравитации, взаимодействующей с полем Янга – Миллса с калибровочной группой G содержащей $O(3)$, решающее проблему космологической постоянной. Имеется в виду теория, которая совпадает с суперсимметричной теорией после евклидова поворота дополнительных времени-подобных направлений, бозонная часть действия дается лагранжианом Грина – Шварца [2]

$$\int d^{10}x e\left[\frac{1}{2k^2}R - \frac{1}{k^2}(\nabla\varphi)^2 - \frac{e^{-\varphi}}{4g^2}F^2 - \frac{3k^2}{2g^4}e^{-2\varphi}H^2\right], \quad (1)$$

$H = dB - \omega_{3Y} + \omega_{3L}$, $\omega_{3Y} (\omega_{3L})$ — форма Черна — Саймонса для калибровочной группы G (группы Лоренца), остальные обозначения как в [2]. В сигнатурах $(-+++------)$ и $(-+++---+++)$ бозонные уравнения решаются соответственно следующей подстановкой: $g_{MN} = (g_{\mu\nu}(x), g_{mn}(y), g_{ab}(z))$, $H_{mnk} = \sqrt{-g(y)}\, h \epsilon_{mnk}$; $m, n, k = 4, 5, 6$; $F^{ij}_{ab} = R^{ij}_{ab}$; $a, b = 7, 8, 9$; $i, j = 1, 2, 3$; остальные компоненты H и F равны нулю; $\varphi(x) = \varphi_0$. Эта подстановка приводит к следующим уравнениям на метрику: $R_{\mu\nu} = 0$, $R_{mn} = -\frac{3}{4}\frac{g^2}{k^2} e^{\varphi_0} g_{mn}$, $R_{ab} = \frac{g^2}{k^2} e^{\varphi_0} g_{ab}$. В качестве решений этих уравнений соответственно в двух рассматриваемых сигнатурах $(7, 3)$ и $(4, 6)$ можно взять $M^{10} = M^4 \times Q^3 \times Л^3$ и $M^{10} = M^4 \times Q^3 \times S^3$, где M^4 — пространство Минковского, $Q^3 = S^3/\Gamma$, где Γ — дискретная подгруппа $SO(4)$ такая, что Q^3 не имеет векторных полей Киллинга, S^3 — трехмерная сфера, $Л^3$ — трехмерное компактное гиперболическое многообразие.

Отметим, что компактификация на плоское пространство возможна благодаря исходной суперсимметрии теории. Возмущение лагранжиана (1), например, замена члена $e^{-\varphi} F^2$ на $e^{-q\varphi} F^2$ (q — постоянная) приводит к неплоскому четырехмерному пространству.

Авторы благодарят В.Н.Березина и В.П.Фролова за обсуждения.

Литература

1. *Salam A.* Kaluza – Klein proposal and electro-nuclear gravity, Trieste preprint, IC/84/170.
2. *Green M.B., Schwarz J.H.* Phys. Lett., 1984, **B149**, 117.
3. *Candelas P., Horowitz G.T., Strominger A., Witten E.* Vacuum configurations for superstrings. Princeton preprint, 1984.
4. *Сахаров А.Д.* ЖЭТФ, 1984, **87**, 375.
5. *Арефьева И.Я., Волович И.В.* ТМФ, 1985, **64**, 300.
6. *Duff M.J., Nilsson B.E.W., Pope C.N., Warner N.P.* Phys. Lett., 1984, **B149**, 90.
7. *Thurston W.P.* Bull. Am. Math. Soc., 1982, **6**, 357.
8. *Freund P.G.O., Rubin M.* Phys. Lett., 1980, **97B**, 233.
9. *Во[illegible]ов Д.В., Ткач В.И.* ТМФ, 1982, **51**, 171.

Институт математики им. В.А.Стеклова
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
11 мая 1985г.