*Письма в ЖЭТФ, том 17, вып. 3, стр. 150 – 154.* *5 февраля 1973 г.*

# ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ПРОДОЛЬНЫЙ РЕЗОНАНС В ПОЛУМЕТАЛЛАХ И ВЫРОЖДЕННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

*Н. Б. Брандт, М. И. Каганов, А. С. Михайлов*

Когда длина свободного пробега электронов $\ell$ значительно больше толщины пластины $d$, а отражение от границ зеркальное, то электроны совершают периодическое движение между границами пластины. Период этого движения определяется величиной $v_z$ – проекцией скорости электрона на нормаль к плоскости пластины.

Периодичность движения приводит к квантованию $z$-ой проекции импульса электронов, которое проявляется в ряде осцилляционных явлений (как термодинамически равновесных, так и кинетических). Однако, так как расстояния между квантованными уровнями энергии очень малы, все эти явления наблюдаются либо на очень тонких пленках, либо при сверхнизкой температуре $T$

$$T\,(^\circ\mathrm{K})\, d\ (\text{см}) < 10^{-3}\ .$$

Как будет показано в этой статье, в сравнительно толстых пластинах (однако, конечно, удовлетворяющих условию $\ell \gg d$) должен наблюдаться *классический* резонансный эффект, обусловленный затуханием Ландау [1] и существованием, благодаря фермиевскому вырождению, экстремальных значений $v_z$.

Пусть к пластине приложено продольное переменное электрическое поле частоты $\omega$, амплитуда которого $E_0$ ($E_x = E_y = 0$, $E_z = E_0$). Нас интересует продольная комплексная проводимость пластины для вычисления которой следует решить систему квазистатических уравнений (кинетическое уравнение Больцмана и уравнение электростатики). Используя уравнение непрерывности, легко получить что внутри пластины

$$E_z(z) + \frac{4\pi i}{\omega} j_z(z) = E_0\ , \tag{1}$$

где $j_z(z)$ – комплексная плотность тока. Так как $j_z(0) = j_z(d) = 0$, ($0$, $d$ – координаты границ пластины), то поле на обеих границах совпадает с приложенным.

В кинетическом уравнении мы опустим интеграл столкновений, полагая, что $\omega\tau \gg 1$ и $\ell/d \gg 1$ ($\tau = \ell/v_F$, $v_F$ – фермиевская скорость электронов). Для решения кинетического уравнения удобно воспользоваться разложением всех функций по $\sin\frac{\pi n}{d}z$ ($n = 0, 1, 2, \ldots$), (сначала надо ввести $f_a$ – антисимметричную по $v_z$ функцию распределения, которая обращается в нуль на границах пластины; симметричная по $v_z$ функция распределения выражается через $f_a$).

Итак, с помощью уравнения [1], кинетического уравнения и граничных условий находим связь между компонентами Фурье тока $j_n$ и поля $E_n$:

$$j_n = \sigma_n(\omega)\, E_n\ , \tag{2}$$

где

$$\sigma_n(\omega) = -\frac{i\omega}{4\pi}\left(\frac{d}{\pi n r_D}\right)^2\left\{1 + \frac{\omega}{2\omega_n}\left[\ln\left|\frac{\omega-\omega_n}{\omega+\omega_n}\right| + i\pi\theta(\omega-\omega_n)\right]\right\},$$

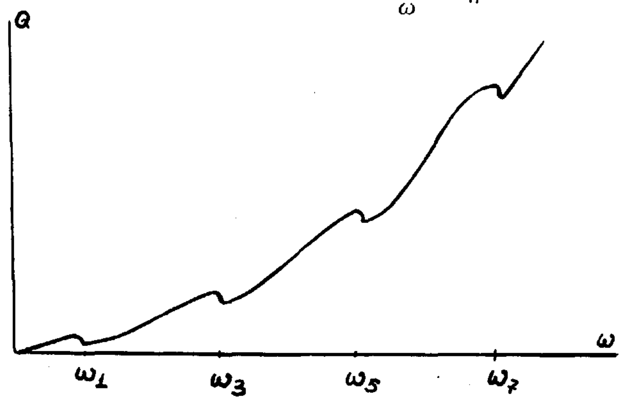
$$\theta(x) = \begin{cases}1, & x<0\\ 0, & x>0\end{cases},\qquad \omega_n = \frac{\pi v_F}{d}n\ , \tag{3}$$

а $r_D = \sqrt{\epsilon_F/6\pi N e^2}$ – радиус Дебая – Хюккеля электронов, $\epsilon_F$ – энергия Ферми, $N$ – плотность электронов, $e$ – заряд электрона. При вычислении выражения (3) мы считали закон дисперсии квадратичным (об особенностях, обусловленных неквадратичностью закона дисперсии см. ниже).

Значение эффективной диэлектрической проницаемости $\epsilon_n = 1 + \frac{4\pi i}{\omega} \sigma_n$ совпадает с классическим пределом формулы Линхарда [2]. Выражая $E_n$ через $E_0$, можно вычислить поглощаемую пластиной в единицу времени энергию:

$$Q(\omega) = \frac{4 d E_0^2}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} J_{r k+1}\ ;$$

$$J_n = \frac{1}{n^2} \frac{\operatorname{Re} \sigma_n}{\left| 1 + \frac{4\pi i}{\omega} \sigma_n \right|^2}\ . \tag{4}$$




Переходя от суммирования к интегрированию, определяем плавную зависимость $Q(\omega)$ от частоты ($\bar{Q}(\omega)$):

$$\bar{Q}(\omega) \approx \frac{\omega^2 r_D^2}{2\pi v_F} E_0^2 \ln (v_F / \omega r_D), \tag{5}$$

$$\omega << v_F / r_D\ .$$

Заметим, что $v_F / r_D$ по порядку величины совпадает с плазменной частотой электронов. Поэтому ограничение $\omega << v_F / r_D$ даже для полуметаллов и вырожденных полупроводников несущественно.

На плавной зависимости поглощенной энергии от частоты должны наблюдаться особенности вблизи которых "резонирующее" слагаемое в выражении (4) ($\omega \approx \omega_n$) ведет себя следующим образом (см. рисунок)

$$Q^n_{\text{рез}} \approx \begin{cases} \dfrac{4n\, v_F r_D^2}{d^2} E_0^2 \ln^{-2} \left(1 - \dfrac{\omega}{\omega_n}\right), & \text{при } \omega \lesssim \omega_n\ , \\ 0, & \text{при } \omega \gtrsim \omega_n\ . \end{cases} \tag{6}$$

Формула (6) показывает что в резонансных точках ($\omega = \omega_n$) производная $dQ/d\omega$ обращается в бесконечность со стороны меньших частот, $\omega \overset{\to}{<} \omega_n$. Слабость особенности объясняется тем, что она определяется только электронами опорной точки, в которой $v_z = v_F$ (см. ниже).

Структура электрического поля $E_z(z)$, а также формулы (5) и (6) показывают, что электроны эффективно взаимодействуют с продольным электрическим полем только в прилегающих к границам пластины слоях металла толщины $r_D$. В связи с этим все рассмотрение неприменимо к хорошим металлам, у которых $r_D \lesssim a$ ($a$ – межатомное расстояние).

При оценке возможности экспериментального наблюдения рассмотренных здесь эффектов надо сравнивать полученные выражения с выражениями и оценками, справедливыми для диэлектриков, а не для металлов. Эффективная диэлектрическая проницаемость пластины равна $(r_D/d)^2 \ln(v_F/\omega r_D)$.

Характерная резонансная частота $\omega_1 = \pi v_F/d$. При $d \sim 0{,}1$ *см* и $v_F \sim 10^7$ *см/сек* (полуметаллы) $\omega_1 \sim 10^8$ *сек*$^{-1}$. При этом необходимо выполнение условия $\omega_1 \tau >> 1$, что накладывает жесткие требования на качество образцов.

Диссипативные процессы несколько размывают особенности[1] при $\omega = \omega_n$ и, кроме того приводят к добавочному поглощению энергии пластиной $(r_D/\tau)(E_0^2/4\pi)$ при $\omega\tau >> 1$. Оно не зависит от частоты и поэтому должно служить фоном при исследовании $Q(\omega)$.

Рассмотрение поведения электронов с произвольным законом дисперсии показывает что форма "резонансной" кривой существенно зависит от вида поверхности Ферми. Если $v_z$ принимает экстремальное значение в седловой точке, то логарифмическая зависимость имеет место с двух сторон от $\omega_n$. Если $v_z$ достигает экстремального значения не в точке, а на линии на поверхности Ферми, то вместо логарифмической зависимости у $Q^n_{\text{рез}}$ (см. (6)) должна наблюдаться корневая ($Q^n_{\text{рез}} \sim (\omega - \omega_n)^{1/2}$). Резонансные частоты при этом пропорциональны $v_z^{extr}$.

Описанный здесь продольный электрический резонанс может оказаться полезным для исследования электронного энергетического спектра, в частности, для непосредственного измерения скоростей электронов проводимости, а также для исследования характера отражения электронов границами пластины. Диффузность рассеяния, нарушающая периодичность движения электронов, размывает особенности. Включение сравнительно слабого магнитного поля, параллельного плоскости пластины, может позволить изменять угол встречи резонирующих электронов с поверхностью (влияние магнитного поля на продольный резонанс требует отдельного рассмотрения).

Авторы благодарны Э.И.Рашба за полезные дискуссии.

Московский
государственный университет
им. М.В.Ломоносова

Поступила в редакцию
24 октября 1972 г.
После переработки
11 января 1973 г.

[1] Конечная температура также размывает особенности. Однако, как правило, роль столкновений более существенна.

## Литература

[1] Л.Д.Ландау. ЖЭТФ, 16, 574, 1946.

[2] J.Lindhard. Kgl. Danske. Vidensk. Selsk. Mat-fys. Medd., 28, 8 1954.