ДОПУСТИМЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАСС НЕСТАБИЛЬНЫХ ЧАСТИЦ

Л.А.Халфин

В работе [1] было введено понятие о взаимной допустимости распределений масс ассоциативно рождаемых нестабильных частиц и были получены необходимые условия допустимости распределений масс, задаваемых своей аналитической структурой. Ниже будут изложены необходимые и достаточные условия допустимости распределений масс нестабильных частиц в наиболее общей постановке.

1. Рассмотрим квази-двухчастичную реакцию:

$$m_1 + \ldots + m_i + \ldots + m_{N_1} \to m + M \to m_{N_1+1} + \ldots + m_k + \ldots + m_{N_2} + m_{N_2+1} + \ldots + m_\ell + \ldots + m_{N_3}, \tag{1}$$

где $N_1 \geq 2$, $N_2 - N_1 \geq 2$, $N_3 - N_2 \geq 2$, т.е. произвольную $N_1 + N_2 + N_3 = N \geq 6$-хвостку. В (1) все нумерованные частицы стабильные (абсолютно), а m и M – нестабильные частицы (резонансы) или просто группы частиц

$$m = \sum_{k=N_1+1}^{N_2} m_k \quad \text{и} \quad M = \sum_{\ell=N_2+1}^{N_3} m_\ell$$

в соответствующей (1) прямой реакции. Если в реакции (1) выполнен закон сохранения энергии-импульса "от стабильных до стабильных"[2,3], то массы m и M оказываются связанными между собой [1]:

$$M^2 = m^2 + (E_0^2 - p_0^2) - 2E_0\sqrt{m^2 + p_m^2} + 2(p_0, p_m), \qquad (2)$$

где

$$E_0 = \sum_{i=1}^{N_1} \sqrt{m_i^2 + p_i^2},\ p_0 = \sum_{i=1}^{N_1} p_i,\ E_m = \sum_{k=N_1+1}^{N_2} \sqrt{m_k^2 + p_k^2},\ p_m = \sum_{k=N_1+1}^{N_2} p_k,$$

$$E_M = \sum_{\ell=N_2+1}^{N_3} \sqrt{m_\ell^2 + p_\ell^2},\ p_M = \sum_{\ell=N_2+1}^{N_3} p_\ell,\ m^2 = E_m^2 - p_m^2,\ M^2 = E_M^2 - p_M^2.$$

Если для простоты предположить сначала, что $(p_0, p_m) = p_0 p_m$, то из (2) следуют [1,4] жесткие связи между плотностями условных распределений масс $\omega(m|p_m)$ и $W(M|p_M)$ при фиксированных импульсах p_m и p_M и между плотностями распределений импульсов $\bar{\omega}(p_m)$, $\bar{W}(p_M)$:

$$\begin{cases} \omega(m|p_m)dm = W(M|p_M)dM, \\ \bar{\omega}(p_m)dp_m = \bar{W}(p_M)dp_M. \end{cases} \qquad (3)$$

Соответственно для безусловных распределений масс $\omega(m)$ и $W(M)$, непосредственно связанных с вероятностями соответствующих физических процессов, получаем:

$$\begin{cases} \omega(m) = \int \bar{\omega}(p_m)\,\omega(m|p_m)dp_m, \\ W(M) = \int \bar{W}(p_M) W(M|p_M)\,dp_M. \end{cases} \qquad (4)$$

В самом общем случае для реакции (1)

$$\begin{cases} \omega(m) = \int \ldots \int |S(m, M, q_\alpha)|^2\, dM \prod_\alpha dq_\alpha, \\ W(M) = \int \ldots \int |S(m, M, q_\alpha)|^2\, dm \prod_\alpha dq_\alpha, \end{cases} \qquad (5)$$

где $S(m, M, q_\alpha)$ – S-матрица реакции (1), с включением в нее соответствующих δ-функций, обеспечивающих закон сохранения энергии-импульса "от стабильных до стабильных" [2,3], а q_α — остальные, помимо m и M, релятивистские инварианты, от которых может зависеть S-матрица реакции (1). Именно эти распределения $\omega(m)$ и $W(M)$ и изучают при исследовании резонансов. Совершенно очевидно, что при E_0, $|p_0| < \infty$ функция $\psi(m, M)$, определенная согласно:

$$\psi(m, M) \equiv \int_\alpha \dots \int |S(m, M, q_\alpha)|^2 \prod_\alpha d q_\alpha \qquad (6)$$

отлична от нуля, в силу закона сохранения энергии-импульса, разве лишь в замкнутом множестве G плоскости $R^2(m, M)$ и

$$\iint_G \psi(m, M)\, dm\, dM = 1 \qquad (7)$$

Как заметили автор и В.Н.Судаков, из недавних математических результатов В.Н.Судакова об измеримых разбиениях [4] может быть получена следующая основная

Теорема о допустимых распределениях масс: Пусть G — замкнутое множество плоскости $R^2(m, M)$ (см. рисунок), мера которого равна единице (7). Необходимое и достаточное условие допустимости распределений масс $\omega(m)$ и $W(M)$ состоит в том, чтобы для произвольного разбиения осей m и M на измеримые подмножества A и B, таких что $A \times B \cap G = \varnothing$ (пусто) (см.рисунок) было выполнено

$$\int_A \omega(m)\, dm + \int_B W(M)\, dM \leqslant 1 \qquad (8)$$

2. В качестве следствия из основной теоремы получаем результат, близкий к [1]:

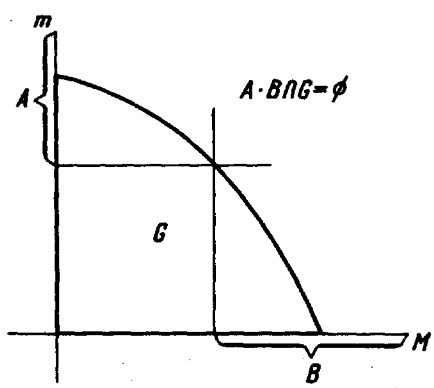
Теорема: Распределения масс

$$\left.\begin{aligned} \omega(m) &= A_m[(m - m_0)^2 + \Gamma_m^2]^{-1}, \\ & \qquad\qquad (m, M), (m_0, M_0) \in G, \\ W(M) &= A_M[(M - M_0)^2 + \Gamma_M^2]^{-1}, \end{aligned}\right. \qquad (9)$$

где A_m, A_M — константы нормировки, при произвольных m_0, Γ_m, M_0, Γ_M (а тем более при $\Gamma_m \ll\gg \Gamma_M$) взаимно недопустимы.

3. Рассмотрим основные физические следствия. Для обычных нестабильных частиц, из-за существования реакции типа $\gamma + p \to n + \pi^+$ в силу теорем данной работы приходим к альтернативам: а) распределения масс не допускают продолжения в комплексную плоскость, и, как следствие, законы распада нестабильных частиц, и в частности n и π^+-мезона, должны быть существенно неэкспоненциальными, б) если же тщательный эксперимент, (см. в связи с этим [5]) покажет экспоненциальность закона распада, то это будет означать нарушение закона сохранения энергии-импульса в реакциях образования нестабильных частиц с точностью до распадных ширин. При парном рождении резонансов,

поскольку их ширины одного порядка, полюсные распределения (формулы Брейт-Вигнера) взаимно допустимы. Исключение – для реакций парного рождения резонансов, одним из которых является η-мезон. Резонансы же с теми же дискретными квантовыми числами, рождаемые совместно с обычными нестабильными частицами, уже не могут описываться



простыми полюсными распределениями, что явно указывает на зависимость распределения масс резонансов от приготовления [2,3]. В связи с этим интересны данные о зависимости распределения масс ρ-мезона от приготовления [2,5–7]. Недопустимость полюсных распределений масс для резонансов очевидным образом, при учете кроссинг-симметрии, не оставляет надежд на справедливость метода полюсов Редже.

Я благодарен В.Н.Судакову за интересные обсуждения математических вопросов и за сообщение результата [4] до опубликования, и участникам семинаров отделов теоретической физики ЛГУ, ФИАН'а и ЛТФ ОИЯИ за интересные обсуждения.

Математический институт
им. В.А.Стеклова
Академии наук СССР
Ленинградское отделение

Поступило в редакцию
12 января 1968 г.
После переработки
26 февраля 1968 г.

Литература

[1] Л.А.Халфин. ДАН, 1968 (в печати).
[2] Л.А.Халфин. ДАН, 162, 1034, 1965.
[3] Л.А.Халфин. ДАН, 165, 541, 1965.
[4] А.Ф.Дунайцев и др. ЯФ, 5, 826, 1967.

[5] G.Goldhaber. Lecture at the Conference on Particle and High Energy Physics at Boulder, Colorado, 1964.
[6] V.L.Auslander et. al. Phys. Lett., 25B, 433, 1967.
[7] M.Roos. Nucl. Phys., B2, 615, 1967.