

*Письма в ЖЭТФ, том 17, вып. 6, стр. 324. — 328*

*20 марта 1973 г.*

## **Пороговые явления в металлах с открытыми поверхностями Ферми**

*А. П. Протогенов, В. Е. Саушкин*

Хорошо известным утверждением, относящимся к электродинамике металлов с открытыми поверхностями Ферми, является вывод о невозможности существования в них при наличии открытых орбит незатухающих электромагнитных возбуждений с частотами, меньше плазменной [1, 2]. Столь категоричный запрет представляется удивительным, если учесть, что наличие открытых траекторий не мешает возникновению ярко выраженных пороговых явлений — акустического циклотронного [3] и магнетоакустического [4] резонансов<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Квантовая теория распространения звука при наличии открытых траекторий построена в работах [5, 6].

Особенности нелокальной проводимости вблизи порогов должны привести к ряду резонансных явлений: металл может стать прозрачным в определенном интервале частот, возникнут аномалии в дисперсии и поглощении звука. Изучению этих вопросов посвящена настоящая работа. В качестве модели мы используем простой пример поверхности Ферми типа "гофрированного цилиндра", который реализуется в одноосных металлах или кубических металлах с поверхностью Ферми типа меди, если магнитное поле направлено по оси [110]. В этом случае для траектории с узкой "шейкой" закон дисперсии электронов имеет вид [7]:

$$\epsilon_n(k_y, k_z) = \epsilon_n^0(k_z) + (-1)^{n+1} \frac{\hbar \Omega}{\pi} \arcsin\left(\frac{1}{\alpha} \cos \frac{\pi k_y}{k_0}\right), \quad (1)$$

где  $\alpha = [1 + \exp(-\pi k_1^2 \ell_H^2 \sqrt{\rho/k_1})]^{1/2}$ ,  $\mathbf{H} \parallel z$ ,  $\Omega(k_z)$  — циклотронная частота, определяемая по обычным правилам квазиклассического квантования [8],  $\ell_H$  — магнитная длина,  $\hbar k_0 = \hbar \alpha_x / 2\ell_H^2$  — граничный импульс магнитной зоны,  $k_1$  — радиус "шейки",  $\rho$  — радиус кривизны траектории на границе ячейки обратной решетки; предполагается, что траектории в  $k$ -пространстве открыты в направлении  $k_x$ ,  $\alpha_x$  — период решетки в направлении оси  $x$ ; центры магнитных зон (1) находятся решением уравнения  $S(\epsilon, k_z) = 2\pi(n + \gamma) / \ell_H^2$ , где  $S$  — площадь, ограниченная открытой траекторией и границами ячейки обратной решетки в случае открытой траектории или ограниченная только траекторией в случае замкнутых траекторий.

Области бесстолкновительного затухания Ландау, на границах которых восприимчивости (поляризационный оператор, проводимость и т. п.) имеют особенности, найдем из законов сохранения энергии, импульса и из принципа Паули. Используя (1) можно показать, что границы областей затухания Ландау при произвольном направлении распространения волн определяется выражением:

$$\omega = N \Omega_{extr} \pm v_z \cos \theta q \pm v_y \sin \theta \sin \phi q. \quad (2)$$

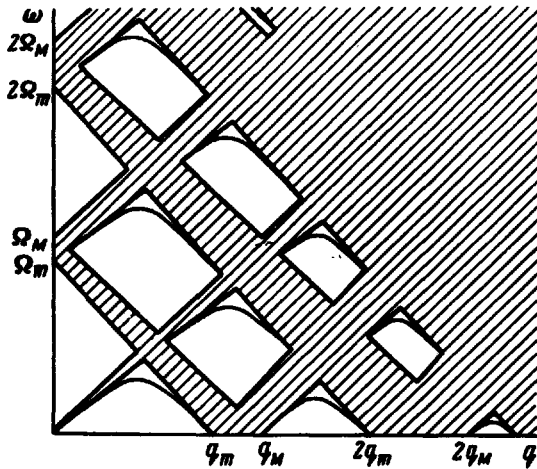
Здесь  $\omega$  и  $q$  — частота и волновой вектор волны,  $\theta$  — угол между  $q$  и  $\mathbf{H}$ ,  $\phi$  — угол между проекцией  $q \sin \theta$  вектора  $q$  и направлением открытости  $k_x$ ,  $N$  — номер гармоники циклотронного резонанса,  $v_y$  — составляющая средней скорости по оси  $y$ , равная при  $\alpha - 1 \ll 1$   $v_y = \Omega_{extr} / k_0 \sim v_F$ ,  $v_z$  — максимальная скорость электрона вдоль  $\mathbf{H}$ ,  $\Omega_{extr}$  — экстремальные значения циклотронной частоты; мы будем считать, что существуют три экстремума, причем  $\Omega_M - \Omega_m < \Omega_m$ ,  $\Omega_M = \Omega(0)$ ,  $\Omega_m = \Omega(k_{zM})$ , а роль седловой точки, где  $\Omega \rightarrow 0$  по логарифмическому закону [8], обсудим позднее. Индексы  $m$  и  $M$  обозначают, соответственно, минимальное и максимальное значения. Вообще говоря,  $v_y$  и  $v_z$  являются сложными функциями  $k_z$  и  $k_y$ , а  $\Omega$  зависит от  $k_z$ . При получении (2) учитывалось, однако, что после усреднения по всему коллективу выделенными оказываются электроны с экстремальными значениями параметров. Области затухания Ландау

изображены на рис. 1, где

$$q_m = \Omega_m / (v_{yM} \sin \theta \sin \phi + v_z \cos \theta),$$

$$q_M = \Omega_M / (v_{yM} \sin \theta \sin \phi - v_z \cos \theta).$$

Как видно из рисунка, в областях затухания Ландау при  $\text{tg } \theta > v_z / v_{yM} \sin \phi$  и  $\phi \neq 0$  возникают "окна" прозрачности, вид и число которых при  $\theta = \pi/2$  зависит от функции  $\Omega(k_z)$ . С изменением угла  $\phi$  от  $\pi/2$  до нуля области затухания вырождаются в полосы циклотронного поглощения. Если при  $\phi \neq 0$  изменять угол  $\theta$  от  $\pi/2$ , то при  $\text{tg } \theta_{\text{кр}} = v_z / v_{yM} \sin \phi$  "окна" исчезнут, а при  $\theta < \theta_{\text{кр}}$  области поглощения будут такими же, как в случае закрытой поверхности Ферми. Очевидно, что существование порогов при  $\omega \rightarrow 0$  и  $\theta = \pi/2$  (см. рис.1) обуславливает магнитоакустические осцилляции [4], а при  $\omega = N \Omega_{\text{extr}} \pm v_y q$  ( $N = \pm 1, \pm 2, \dots$ ) и  $\theta > \theta_{\text{кр}}$  — акустический циклотронный резонанс [5].



Области затухания Ландау и схематический вид дисперсионных зависимостей для электромагнитных волн в металлах с открытыми поверхностями Ферми

Из приведенного анализа следует, что при распространении звука возможны и другие пороговые явления. Например, при угле  $\theta$ , определяемом соотношением  $v_{yM} \sin \theta \sin \phi - v_z \cos \theta = s$ , выполняются фазовые соотношения и возникает явление типа tilt-эффекта [9] ( $s$  — скорость звука,  $\theta > \theta_{\text{кр}}$ ). В интервале углов  $\Delta\phi = sk_0(1 - \Omega_m/\Omega_M)/\Omega_m \sim 1$  ( $\theta = \pi/2$ ) происходит резкое увеличение коэффициента поглощения звука, которое пропорционально плотности электронов, движущихся по открытым орбитам, а на обеих границах этого интервала возникает tilt-эффект.

Рассмотрим область больших частот. На границах многочисленных "окон" прозрачности проводимость имеет особенности, что является причиной существования электромагнитных возбуждений в металлах с открытыми поверхностями Ферми. Покажем это аналитически. Если  $\theta = \pi/2$ ,  $\phi = \pi/2$ , то уравнение для обыкновенной волны по малому параметру  $v/\Omega \ll 1$  можно отделить от уравнения для связанных

продольной и необыкновенной волн:

$$\frac{4\pi i}{\omega} \sigma_{xx} = \frac{c^2 q^2}{\omega^2} \quad (3)$$

$$\frac{4\pi i}{\omega} (\sigma_{zz} - \sigma_{yz}^2 / \sigma_{yy}) = \frac{c^2 q^2}{\omega^2} \quad (4)$$

$$\sigma_{ik} = \frac{i e^2}{2\pi^2 \hbar^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{\ell}^{\infty} \int d\epsilon \delta(\epsilon - \epsilon_F) \frac{1}{2k_0} \int_{-k_0}^{k_0} dk_y \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z \times$$

$$\times \frac{v_{\ell ni}(k_z, k_y) V_{\ell nk}^*(k_z, k_y)}{\omega - n\Omega(k_z) + (-1)^\ell v_y(k_z, k_y) q + i\nu}$$

здесь  $\nu$  — частота столкновений, звездочка обозначает комплексное сопряжение,  $V_{n\ell i}(k_z, k_y)$  — квазиклассический "матричный" элемент, равный, например

$$V_{\ell nk}(k_z, k_y) = \frac{1}{T_{\text{кл}}} \int_0^{T_{\text{кл}}} dt v_x \exp [iq \int_0^t (v_y - \bar{v}_y) dt_1 - in\Omega t] \quad (5)$$

$\bar{v}$  — средняя скорость.

Анализ показывает, что при выполнении условий:

$$\nu \ll n\Omega_m - v_{yM} q - \omega \ll \omega \quad \nu \ll n\Omega_m + v_{yM} q - \omega \ll \omega \quad (6)$$

и  $q \gg k_0$ , ( $\Omega_M - \Omega_m \ll \Omega_m$ ,  $k_0^{-1}$  в такой геометрии заменяет лар-моровский радиус) асимптотические решения (3) имеют вид:

$$\omega = N\Omega_m \left[ 1 - \frac{q}{k_0} - \alpha \left( \frac{\delta}{k_0} \right) \left( \frac{k_0}{q} \right)^6 \right] - i\nu \quad (7)$$

$$\omega = N\Omega_m \left[ \frac{q}{k_0} - \beta \left( \frac{\delta}{k_0} \right)^4 \left( \frac{k_0}{q} \right)^6 \right] - i\nu, \quad (8)$$

где  $\alpha \sim 1$  и  $\beta \sim 1$ ,  $\delta = \omega_p / c$ ,  $\omega_p$  — плазменная частота. Решения уравнения (4) зависят от расположения экстремумов функции  $\Omega(k_z)$  и знака разности  $V_{\ell nz}^2 - (V_{\ell ny} V_{\ell nz})^2 / V_{\ell ny}^2$  и не могут быть получены в общем виде. Схематический вид дисперсионных кривых приведен на рис. 1.

Особенностью полученных решений является их вырожденность — одному значению  $\omega$  отвечают несколько значений  $q$ . Причем, степень вырождения при  $\theta = \pi/2$  зависит от вида функции  $\Omega(k_z)$ . Среди полученных решений наиболее интересным, по-видимому, является решение вблизи порогов  $\omega = \Omega_m - v_{yM} q$  и  $\omega = v_{yM} q$  при  $q \lesssim k_0$ . Оно является аналогом доплерона [10], который существует в металлах с закрытыми поверхностями Ферми.

Для наблюдения слабозатухающих электромагнитных волн кроме достаточно низкой температуры  $kT \ll \hbar \Omega_m$  необходимо выполнение условий (6). Вклад в бесстолкновительное затухание от траекторий с самопересечением будет малым, если  $k_1 \sim \ell_H^{-1}$  или, если  $1 \ll k_1 \ell_H \ll \sqrt{\ell_H / a_x}$ , тем меньше, чем лучше выполняется правая часть условий (6).

Авторы благодарны А.В.Гапонову, В.Л.Демиковскому, А.А.Андронову, В.М.Генкину и Г.М.Генкину за обсуждение результатов работы.

Горьковский  
научно-исследовательский  
радиофизический институт

Поступила в редакцию  
6 февраля 1973 г.

#### Литература

- [ 1 ] S. I. Buchsbaum, P. A. Wolf. Phys. Rev. Lett., 15, 406, 1965.
- [ 2 ] Ч Киттель. Квантовая теория твердых тел, М., изд. Наука, 1971.
- [ 3 ] Э.А.Канер. ЖЭТФ, 43, 216, 1962.
- [ 4 ] Э.А.Канер, В.Ф.Песчанский, И.А.Привороцкий. ЖЭТФ, 40, 214, 1961.
- [ 5 ] Ю.М.Гальперин, С.В.Ганцевич, В.Л.Гуревич. ЖЭТФ, 56, 1728, 1969.
- [ 6 ] Ю.М.Гальперин. ФТТ, 11, 1710, 1969.
- [ 7 ] Г.Е.Зильберман. ЖЭТФ, 33, 387, 1957.
- [ 8 ] И.М.Лифшиц, М.Я.Азбель, М.И.Каганов. Электронная теория металлов. М., изд. Наука, 1967.
- [ 9 ] Н.Н.Спектор. Phys. Rev., 120, 1261, 1960.
- [ 10 ] О.В.Константинов, В.Г.Скобов. ЖЭТФ, 61, 1660, 1971.