

## РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНА ВБЛИЗИ ФОКУСА ЛАЗЕРА

*С.П.Капица*

По упругому рассеянию электрона на электромагнитном поле световых волн возможно определить интенсивность поля и его распределение вблизи фокуса лазерного луча.

Взаимодействие электрона с электромагнитным полем в этом случае происходит благодаря силам второго порядка, пропорциональным  $\text{grad } \bar{E}^2$  и обязанным члену  $(e^2/2mc^2)|\bar{A}|^2$  в гамильтониане электрона, усредненном по времени [1].

В нерелятивистском случае силу взаимодействия  $F_y = -\partial\phi/\partial y$  легко выразить через среднюю кинетическую энергию

$$\phi(x, y) = \frac{e^2 \bar{E}^2(x, y)}{4 m \omega^2},$$

которой обладает электрон при осциллирующем движении, описываемом уравнением

$$m\ddot{\xi} = eE(x, y) \sin \omega t$$

вблизи точки  $x, y$  медленно меняющегося по амплитуде переменного поля  $E(x, y) \sin \omega t$ . По существу  $\phi(x, y)$  следует рассматривать как потенциал поля, на котором и происходит рассеяние электрона. Если энергия электрона, движущегося в направлении оси  $x$ , равна

$$eU = \frac{mv^2}{2} \gg \phi$$

и рассеяние происходит на малый угол  $\alpha$  в фокальной плоскости  $x, y$

$$\alpha = \frac{p_y}{p_x} = \frac{1}{p_x} \int_{-\infty}^{+\infty} F_y dt = \frac{1}{mv^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \phi}{\partial y} dx,$$

то в импульсном приближении мы получим следующее выражение для угла отклонения электрона в зависимости от расстояния  $y$ :

$$\alpha(y) = \frac{e^2}{4m^2 \omega^2 v^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \bar{E}^2(x, y)}{\partial y} dx.$$

Таким образом по картине рассеяния можно в принципе определить распределение интенсивности поля.

Рассмотрим два случая распределения поля: несовершенное образование фокуса и случай идеальной фокусировки.

Первый случай имеет место в мощных лазерах, когда поле в области фокуса образуется сложением ряда независимых систем волн. Эффективное распределение интенсивности  $I(r)$  удобно описать гауссовым распределением

$$I(r) = E^2 \exp\left(-\frac{r^2}{R^2}\right) 2\pi r dr = E^2 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{R^2}\right)$$

со средним радиусом фокальной области  $R$ .

Мощность, проходящая через фокальную плоскость  $x, y$ , равна

$$P = \frac{c}{8\pi} \int_0^{\infty} E^2 \exp\left(-\frac{r^2}{R^2}\right) 2\pi r dr = \frac{cE^2 R^2}{8},$$

и для угла рассеяния мы получим выражение

$$\alpha(y) = \frac{4e^2 P}{m^2 c^5 \beta^2 (KR)^2} \frac{y}{R} \exp\left(-\frac{y^2}{R^2}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{R^2}\right) dx,$$

где  $K = \omega/c = 2\pi/\lambda$  и  $\beta = v/c$ . Далее введем характерную мощность  $P_0 = \pi^2 c^5 / e^2 = 8700 \text{ Мвт}$  для взаимодействия сильных электромагнитных волн с электроном [2], которая является фундаментальным физическим масштабом мощности для рассматриваемого круга явлений. Тогда окончательно имеем:

$$a(\zeta) = \frac{4\sqrt{\pi} P}{P_0 \beta^2 (KR)^2} \zeta \exp \zeta^2,$$

где  $\zeta = l/R$ . Максимальный угол получается при  $\zeta = 1/\sqrt{2}$

$$a_{\max} = \frac{P \lambda^2}{\sqrt{2} e \pi^3 P_0 \beta^2 R^2} = 2,26 \frac{\lambda^2 P [\text{Мвт}]}{R^2 U [\text{вольт}]}$$

Заметим, что при близком совпадении частот  $\omega_{1,2}$  различных мод мы получим медленно меняющуюся структуру поля и данное рассмотрение будет верно лишь тогда, когда время пролета области неоднородности  $r$  будет удовлетворять условию

$$r^{-1} = v/R > |\omega_1 - \omega_2|.$$

В случае идеального фокуса при одном виде колебаний интенсивность определяется только мощностью и углом дифракции сферической волны  $\theta$ . При дифракции от квадратного отверстия приближенно распределение поля в фокальной плоскости может быть описано выражением

$$E(x, y) = E \frac{\sin K \theta y}{K \theta y} \frac{\sin K \theta x}{K \theta x}.$$

Расчет аналогичный изложенному дает следующую зависимость  $a$  от параметра  $\eta = K \theta y$

$$a(\eta) = \frac{2 P \theta^2}{P_0 \beta^2} \frac{\eta \sin 2\eta - 2 \sin^2 \eta}{\eta^3}; \quad a_{\max} = a(0,71 \pi) = \frac{0,62 P \theta^2}{P_0 \beta^2}.$$

Картина рассеяния зависит только от мощности  $P$ , апертурного угла  $\theta$  и  $\beta^2$  и не зависит от длины волны света. Заметим, что поле интенсивных электромагнитных волн можно рассматривать как среду, которая (для нерелятивистских электронов) обладает эффективным показателем преломления

$$n(x, y) = \frac{v(x, y)}{v} = \sqrt{1 - \frac{e^2 E^2(x, y)}{2m^2 \omega^2 v^2}} \sim 1 - \frac{e^2 E^2(x, y)}{4m^2 \omega^2 v^2} \quad \text{при } n \sim 1$$

связанной с плотностью энергии электромагнитного поля [6]. При  $n = 0$  и напряженности переменного поля

$$E = 2\omega \sqrt{\frac{U_0}{m}}$$

электроны полностью отражаются от потенциального барьера [ср. 3].

С другой стороны при ионизации атома электрон будет ускоряться из области фокуса до энергии, определяемой потенциалом  $\phi$ .

Область интенсивных световых волн можно изучать путем электронной микроскопии, рассматривая свет как прозрачную преломляющую среду. При наблюдении в проходящем пучке электронов рассеяние можно увеличить, располагая фокус вблизи виртуального катода электроннооптической системы, где скорость электронов мала и взаимодействие со светом соответственно увеличится.

Заметим, что рассеяние электронов в сильном поле стоячих световых волн было рассмотрено П.Л.Капицей и Дираком [4] и наблюдало Бартелем [5]. Однако в этом случае рассеяние связано поглощению и вынужденному испусканию одного или нескольких квантов в поле интенсивных плоских световых волн и пропорционально спектральной плотности энергии. В рассматриваемом случае мы имеем дело со взаимодействием, пропорциональным только пространственной плотности энергии. Сделанные оценки можно обобщить для релятивистских электронов, а также на случай стоячих и бегущих волн в области фокуса с более точным учетом их поляризации. При мощностях  $P > P_0 / \theta^2$  и  $\beta \sim 1$  характер явлений несколько изменится и следует также учесть магнитное взаимодействие в поле фокуса. Представляет интерес исследовать самофокусировку и ускорение частиц при распространении таких мощностей в плотной плазме.

После направления данной работы в печать Н.Е.Алексеевский обратил мое внимание на работу Киббла [6], где рассматривается близкий круг вопросов.

В заключение автор выражает свою благодарность проф.Г.Месселу за гостеприимство в Школе физики Сиднейского Университета, где частично была проведена эта работа и Л.П.Питаевскому за обсуждение результатов.

Институт физических проблем  
Академии наук СССР

Поступило в редакцию  
15 марта 1968 г.

### Литература

- [1] А.В.Гапонов, М.А.Миллер. ЖЭТФ, 34, 242, 1958; F. V. Knox. Austral. J. of Physics, 10, 221, 1957.
- [2] С.П.Капица. УФН, 88, 191, 1966; ЖЭТФ, 41, 376, 1961.
- [3] М.А.Миллер. ЖЭТФ, 35, 299, 1958.
- [4] P. Kapitza, P. Dirac. Proc. Cambridge. Philos. Soc., 29, 297, 1933.
- [5] Bartell et. al. Phys. Rev. Lett., 14, 851, 1965.
- [6] T. W. B. Kibble. Phys. Rev., 150, 1060, 1966.