ОЦЕНКА СНИЗУ ДЛЯ АМПЛИТУДЫ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ПРИ ФИКСИРОВАННОЙ ПЕРЕДАЧЕ ИМПУЛЬСА

Нгуен Ван Хьеу

В настоящей работе мы установим некоторое ограничение на убывание амплитуды упругого рассеяния $F(s,t)$ при $s\to\infty$ и фиксированном $t<0$, где s – квадрат полной энергии в с.ц.м., а $t=-2k^2(1-\cos\theta)$, k – импульс частиц в с.ц.м., θ – угол рассеяния в этой системе. Для ряда процессов амплитуда $F(s,t)$ является аналитической функцией по t в эллипсе E_t (эллипс Мартэна) с фокусами в точках $t=0$ и $t=-4k^2$ и с большой полуосью $a=2k^2+\gamma$, $\gamma>0$, как это было показано Мартэном [1] и Зоммером [2]. Мнимую часть $F(s,t)$ обозначим через $A(s,t)$. Из результатов Жина и Мартэна [3] следует, что

$$\max_{t\in E_t}|A(s,t)|\leqslant \text{const}\; s^{1+\epsilon},\quad s\to\infty \tag{1}$$

для некоторого положительного $\epsilon<1$. Вместо $A(s,t)$ удобно рассматривать функцию

$$f(s,t)=\frac{A(s,t)}{A(s,0)}. \tag{2}$$

Она имеет такие же аналитические свойства по t, что и $A(s,t)$. Предположим, что полное сечение ведет себя как $\text{const}\; s^{\rho}$ при $s\to\infty$. Тогда $A(s,0)\sim\text{const}\; s^{1+\rho}$, $s\to\infty$, и мы имеем

$$\max_{t\in E_t}|f(s,t)|\leqslant \text{const}\; s^{\epsilon-\rho},\quad s\to\infty. \tag{3}$$

Заменой переменных $w=t+2k^2$ мы преобразуем E_t в эллипс E_w с фокусами в точках $w=\pm c$, где $c=2k^2$, и с той же большой полуосью a. Малая полуось равна $b=\sqrt{a^2-c^2}$. Введем теперь произвольное положительное фиксированное число $\alpha<c$ и рассмотрим эллипс E'_w с фокусами в точках $w=\pm c'$, $c'=c-\alpha$, и с малой полуосью b. Этот эллипс, конечно, лежит внутри E_w. Большая полуось a' эллипса E'_w определяется следующим образом

$$a'^2=a^2+c'^2-c^2.$$

Мы будем выбирать c' (т.е. α) так, чтобы точки $w=\pm c$ (т.е. $t=0$ и $t=-4k^2$) лежали внутри E'_w, т.е. чтобы физическая область лежала полностью в E'_w. Это условие выполняется, если $a'>c'$, т.е. если имеет место

$$(2k^2+\gamma)^2+(2k^2-\alpha)^2-(2k^2)^2>(2k^2)^2.$$

При больших s из этого неравенства мы получим

$$a < \gamma . \qquad (4)$$

При помощи конформного отображения

$$\xi = \frac{w + \sqrt{w^2 - c'^2}}{c'}$$

мы преобразуем сегмент $[-c', c']$ в плоскости w в единичную окружность в плоскости ξ, следуя Церулусу и Мартэну [4]. Эллипс при этом отображении превращается в кольцо с малым радиусом I и большим радиусом R, где

$$R = \frac{a' + \sqrt{a'^2 - c'^2}}{c'} . \qquad (5)$$

Точка $w = c$ (т.е. $t = 0$) превращается в точку $\xi = r$,

$$r = \frac{c + \sqrt{c^2 - c'^2}}{c'} . \qquad (6)$$

Обозначим через m максимальное значение $|f(s, t)|$ в интервале $-c' \leqslant w \leqslant c'$ т.е. в интервале $-4k^2 + a \leqslant t \leqslant -a$, а через M максимальное значение $|f(s,t)|$ на границе эллипса E_t. Согласно теореме Адамара о трех кругах (см. [5], теорема 5.32) мы имеем

$$\ln |f(\Delta, 0)| \leqslant (1 - \frac{\ln r}{\ln R}) \ln m + \frac{\ln r}{\ln R} \ln M .$$

Подставляя в (5) и (6) значения a', c, c' и затем устремляя s к бесконечности, легко увидеть, что

$$\frac{\ln r}{\ln R} \sim \sqrt{\frac{a}{\gamma}} .$$

С другой стороны, $f(s, 0) = 1$. Поэтому мы имеем

$$m \geqslant (\frac{1}{M})^{\sqrt{a/\gamma}\,(1-\sqrt{a/\gamma})} .$$

Для πN-рассеяния мы имеем $\gamma = 4m_\pi^2$. Пользуясь условием (3), мы получим теперь

$$\max_{-4k^2+a \leqslant t \leqslant -a} |f(s, t)| \geqslant \mathrm{const}\, s^{-(\epsilon'-\rho)\phi(a)} . \qquad (7)$$

где
$$\phi(a) = \frac{\sqrt{a/4m_\pi^2}}{1-\sqrt{a/4m_\pi^2}}. \tag{8}$$

Если предположить аналитичность $A(s,t)$ во всей плоскости t с разрезами на вещественной оси и равномерную полиномиальную ограниченность $A(s,t)$ во всей плоскости t при $s\to\infty$, то мы имеем

$$\max_{-4k^2+a\leqslant t\leqslant -a} |f(s,t)| \geqslant \text{const}\; s^{-n\psi(a)}, \tag{9}$$

где

$$\Psi(a) = \frac{[1-(1+a/4m_a^2)^{-1/2}]^{1/2}}{1-[1-(1+a/4m_\pi^2)^{-1/2}]^{1/2}}, \tag{10}$$

а n – такая константа, что $|f(s,t)| \leqslant \text{const}\; s^n$, $s\to\infty$ при всех t.

Если амплитуды рассеяния имеют редже вское поведение, то неравенства (7) и (9) представляют собой ограничения снизу для соответствующих траекторий Редже.

Настоящая работа выполнена в течение моего пребывания в ЦЕРНе. За гостеприимство и интерес к работе я выражаю благодарность профессорам Д.Амати, Ж.Прентки и Л.Ван Хове. Я благодарю также проф. Г.Домокоша за обсуждения.

Объединенный институт
ядерных исследований

Поступило в редакцию
18 марта 1968 г.

Литература

[1] A.Martin. Nuovo Cim., 42, A930, 1966; 44, A1219, 1966.
[2] G.Sommer. Nuovo Cim., 52, A373, 1967.
[3] Y.S.Jin, A.Martin. Phys. Rev., 135, B1375, 1964.
[4] F.Cerulus, A.Martin. Phys. Lett., 8, 80, 1964.
[5] E.C.Titchmarsh. The Theory of Functions, Oxford University Press, 1939.