ВЫНУЖДЕННОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА НА ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ

Ф.В.Бункин, А.А.Самохин, М.В.Федоров

В спонтанном рассеянии света малой интенсивности на тепловых флуктуациях поверхности жидкости обратное воздействие электромагнитного поля на границу раздела отсутствует [1-3]. Однако,при достаточно большой интенсивности света такое нелинейное по полю воздействие становится существенным и может привести к раскачке капиллярных волн, т.е. к вынужденному рассеянию света на поверхности жидкости. Этот эффект обусловлен пондеромоторным воздействием электромагнитного поля и наличием границы раздела, причем жидкость может считаться несжимаемой, как и в случае свободных капиллярных волн.

Рассмотрим падение плоской электромагнитной волны $\mathbf{E}_0(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_0 \exp[i(k_x x + k_z z - \omega t)]$, поляризация которой перпендикулярна плоскости падения (x, z), на поверхность жидкости с диэлектрической проницаемостью $\epsilon > 1$; предполагается, что в свободном пространстве над жидкостью $\epsilon_0 = 1$ и что всюду магнитная проницаемость $\mu = 1$. Граничные условия для поля на поверхности жидкости $z = \zeta$ без учета релятивистских поправок имеют вид [2]

$$[\mathbf{n}, \hat{\mathbf{E}} - \mathbf{E}] = 0; \quad \mathrm{rot}\,(\tilde{\mathbf{E}} - \mathbf{E}) = 0, \tag{1}$$

где $\mathbf{n}$ – нормаль к поверхности жидкости. Поле над жидкостью $\tilde{\mathbf{E}} = \mathbf{E}_0(\mathbf{r},t) + \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}^{(1)}$, в жидкости $\mathbf{E} = \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}^{(2)}$, где поля $\mathbf{E}_1$ и $\mathbf{E}_2$ определяются формулами Френеля для плоской поверхности $z = 0$, поля $\mathbf{E}^{(1)}$ и $\mathbf{E}^{(2)}$ обусловлены отклонением формы поверхности от плоской. В дальнейшем мы ограничимся случаем капиллярных волн вида $\zeta = \zeta_q \exp[i(qx - \Omega t)]$, $k|\zeta_q| << 1$, $q|\zeta_q| << 1$, где $2\pi/k$ – длина волны падающего света. При этом направления распространения волн $\mathbf{E}^{(1)}$ и $\mathbf{E}^{(2)}$ лежат в плоскости падения, причем каждая из них содержит компоненты с частотами $\omega \pm \mathrm{Re}\,\Omega$ и волновыми векторами $\{k_x \pm q,\ 0,\ \sqrt{k^2 - (k_x \pm q)^2}\}$ над поверхностью и $\{k_x \pm q,\ 0,\ -\sqrt{\epsilon k^2 - (k_x \pm q)^2}\}$ в жидкости. Амплитуды этих волн, как и в случае спонтанного рассеяния [1,2], выражаются линейно через ζ_q.

При учете пондеромоторного воздействия электромагнитного поля уравнения гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости в рассматриваемом случае имеют вид

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \eta \Delta \mathbf{V} - \nabla p + \rho \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \nabla \frac{E^2}{8\pi}, \quad \mathrm{div}\, \mathbf{V} = 0. \tag{2}$$

с граничными условиями на поверхности

$$p + \left(\epsilon - 1 - \rho \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}\right) \frac{E^2}{8\pi} - 2\eta \frac{\partial v_z}{\partial z} + \alpha \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} = 0,$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} = 0, \qquad (3)$$

где v, ρ, p, η и α – соответственно скорость, плотность, давление, вязкость и коэффициент поверхностного натяжения. Вводя в (2) и (3) новую величину

$$p' = p - \rho \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} \frac{E^2}{8\pi},$$

мы приходим к обычной задаче капиллярных волн (см. например,[4]), но с модифицированными граничными условиями

$$\begin{gathered} p' + (\epsilon - 1)\frac{E^2}{8\pi} - 2\eta \frac{\partial v_z}{\partial z} + \alpha \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} = 0, \\ \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} = 0, \end{gathered} \qquad (4)$$

где в выражении для E^2 должны быть сохранены лишь члены с частотами капиллярных волн. В приближении слабого затухания получаем следующее решение характеристического уравнения:

$$\Omega = \pm\Omega_0 - 2iq^2 \frac{\eta}{\rho} \pm iD\frac{q^2 E_0^2}{\rho\Omega_0}, \quad \Omega_0 = \left(\frac{\alpha q^3}{\rho}\right)^{1/2},$$

$$D = \frac{\epsilon - 1}{8\pi} \frac{k_z^2}{q} \frac{\sqrt{k^2-(k_x+q)^2} - \sqrt{\epsilon k^2-(k_x+q)^2} - \sqrt{k^2-(k_x-q)^2} + \sqrt{\epsilon k^2-(k_x-q)^2}}{\left(|k_z| + \sqrt{\epsilon k^2 - k_x^2}\right)^2}, \qquad (5)$$

которое отличается от обычного решения для капиллярных волн (см.[4]) наличием последнего члена.

Если $|D|E^2 > 2\Omega_0\eta$, то возможно нарастание во времени амплитуды капиллярных волн, удовлетворяющих этому условию, причем будет усиливаться одна из двух бегущих капиллярных волн с заданной величиной волнового вектора q. При заданной интенсивности падающего света I это же неравенство $I > c\eta\Omega_0/4\pi|D|$ определяет и диапазон углов, в котором может наблюдаться вынужденное рассеяние света на капиллярных волнах.

Аналогичным образом могут быть получены условия вынужденного рассеяния в том случае, когда волновой вектор рассеянной волны не лежит в плоскости падения.

При не слишком высоких интенсивностях I вынужденное рассеяние возможно лишь в направлениях, близких к значениям, определяемым формулами Френеля. Максимальная частота Ω_0 усиливаемых капиллярных волн в этом случае определяется равенством

$$\Omega_0 = \frac{(\epsilon-1)I}{c\eta}\frac{k_x|k_z|}{\sqrt{\epsilon k^2 - k_x^2}}\frac{|k_z| - \sqrt{\epsilon k^2 - k_x^2}}{(|k_z| + \sqrt{\epsilon k^2 - k_x^2})^2}. \tag{6}$$

Однако слишком малые Ω_0 и q не благоприятны для наблюдения вынужденного рассеяния света на поверхностных волнах. По этой причине, в частности, мы не рассматривали гравитационные волны.

Оценки по формуле (6) показывают, что при разумных значениях частоты Ω_0 интенсивность I не может быть достигнута с помощью современных лазеров непрерывного действия. При использовании импульсного режима имеется ограничение на длительность импульса τ: $\Omega_0\tau \gg 1$, причем Ω_0 ограничено сверху условием $q \lesssim k$. Численная оценка по формуле (5) при $\Omega_0 = 3\cdot 10^7\ сек^{-1}$, $\eta = 7\cdot 10^{-4}\ пз$, $\epsilon = 1,7$ и угле падения $\theta = \pi/6$ дает для пороговой интенсивности $I_0 = c\eta\Omega_0/4\pi|D|$ значение $I_0 \sim 8\cdot 10^8\ вт/см^2$. Подобные условия могут быть реализованы, например, для жидкого азота и импульсного лазера на неодимовом стекле, работающего в режиме свободной генерации ($\tau \sim 10^{-3}\ сек$).

Физический институт
им.П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
19 марта 1968 г.
После переработки
9 апреля 1968 г.

Литература

[1] Л.И.Мандельштам. Ann. Physik, 41, 609, 1913.
[2] А.А.Андронов,М.Леонтович, Z.Physik, 38, 485, 1926; А.А.Андронов, Собрание трудов, АН СССР, 1956.
[3] R.H.Katyl, U.Ingard, Phys. Rev. Lett., 20, 248, 1968.
[4] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Механика сплошных сред, Гостехиздат, 1953.