ОСЦИЛЛЯЦИИ ЗАТУХАНИЯ УЛЬТРАЗВУКА В ПОЛУПРОВОДНИКЕ В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Э.М.Эпштейн

В настоящей работе мы покажем, что частотная зависимость затухания ультразвука в полупроводнике при наличии однородного переменного электрического поля, частота которого Ω много больше частоты звука, носит осцилляционный характер. Осцилляции являются "гигантскими", т.е. их амплитуда того же порядка, что и сама осциллирующая величина*. Мы рассмотрим случай, когда выполняются неравенства $q\ell >> 1$, $\Omega\tau >> 1$, $\Omega >> \omega_0$ (q – волновой вектор звука, ℓ и τ – длина пробега и время релаксации электрона, ω_0 – электронная плазменная частота). Для простоты ограничимся случаем изотропной среды и параболического закона дисперсии электронов. Полная система уравнений, описывающая взаимодействие электронов с продольной ультразвуковой волной и самосогласованным полем $\mathcal{E}$, имеет вид**

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}\,\nabla}{m} + e(\mathbf{E} + \mathcal{E})\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} - \Lambda\nabla^2 u\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}}\right) f = 0, \qquad (1)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - s^2\,\nabla^2\right) u = \frac{\Lambda}{\rho}\,\nabla\int f\, d^3p, \qquad (2)$$

$$\nabla\,\mathcal{E} = -\frac{4\pi e}{\epsilon}\left(N - \int f d^3p\right), \qquad (3)$$

где u – смещение в звуковой волне, s – неперенормированная скорость звука, Λ – константа деформационного потенциала, ρ – плотность кристалла, N – средняя концентрация электронов, $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{\delta t}\sin\Omega t$ – внешнее высокочастотное поле ($\delta \to +0$), m – эффективная масса электрона, ϵ – решеточная диэлектрическая проницаемость. При отсутствии звуковых и плазменных колебаний ($u = \mathcal{E} = 0$) решение уравнения (1) имеет вид

$$f^{(0)}(\mathbf{p},t) = f_0\left(\mathbf{p} - \int_{-\infty}^{t} \mathbf{E}(t')\,dt'\right),$$

где $f_0(\mathbf{p})$ – равновесная функция распределения электронов.

Будем искать решение системы (1) – (3) в виде $f(\mathbf{p},\mathbf{r},t) = f^{(0)}(\mathbf{p},t) + e^{i\mathbf{qr}} f^{(1)}(\mathbf{p},t)$, $\mathbf{u}(\mathbf{r},t) = e^{i\mathbf{qr}}\mathbf{u}^{(1)}(t)$, $\mathcal{E}(\mathbf{r},t) = e^{i\mathbf{qr}}\mathcal{E}^{(1)}(t)$, производя линеаризацию по малым величинам с индексом (1). Исключая $\mathcal{E}$ с помощью уравнения (3), вводя новую функцию

$$F(\mathbf{p},t) = \exp\left[\frac{ie}{m}\int_{-\infty}^{t} dt' \int_{-\infty}^{t'} dt''\,\mathbf{q}\mathbf{E}(t'')\right] f^{(1)}\left(\mathbf{p} + e\int_{-\infty}^{t} \mathbf{E}(t')dt',\, t\right),$$

---

* Предполагается, что решеточное поглощение звука гораздо меньше электронного или, по крайней мере, того же порядка.

** Мы не учитываем пьезоэффекта, поскольку в рассматриваемой области частот обычно основную роль играет деформационный механизм электрон-фононного взаимодействия.

легко находим***)

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{i\mathbf{q}\mathbf{p}}{m}\right)F+\frac{4\pi e^2}{i\epsilon q^2}\mathbf{q}\frac{\partial f_0(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}}\int F\,d^3p=$$

$$=-\Lambda q\,\mathbf{q}\frac{\partial f_0(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}}\,u^{(1)}\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n I_n(a)e^{in\Omega t}, \qquad (4)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}+s^2q^2\right)u^{(1)}=\frac{i\Lambda q}{\rho}\int F\,d^3p\sum_{n=-\infty}^{\infty}I_n(a)e^{in\Omega t}, \qquad (5)$$

где $a=e\mathbf{E}_0\mathbf{q}/m\Omega^2$, I_n – бесселева функция n-го порядка.

Усредним уравнения (4), (5) по периоду высокочастотного поля. Поскольку мы рассматриваем лишь волны с частотами, гораздо меньшими частоты этого поля, для получения "укороченных" уравнений достаточно заменить величины F и $u^{(1)}$ их усредненными значениями, а в правых частях уравнений оставить лишь члены с $n=0$. Полагая усредненные величины пропорциональными $\exp(-i\omega t)$ $(\omega \ll \Omega)$, получим дисперсионное уравнение

$$\left[1+\frac{4\pi e^2}{\epsilon q^2}\int\frac{\mathbf{q}(\partial f_0/\partial\mathbf{p})\,d^3p}{\omega-\mathbf{q}\mathbf{p}/m}\right](\omega^2-s^2q^2)=$$

$$=-\frac{\Lambda^2}{\rho}I_0^2(a)\,q^2\int\frac{\mathbf{q}(\partial f_0/\partial\mathbf{p})\,d^3p}{\omega-\mathbf{q}\mathbf{p}/m}. \qquad (6)$$

Отсюда следует, что влияние высокочастотного поля сводится к перенормировке константы деформационного потенциала $\Lambda\to\Lambda I_0(a)$. Это внешне небольшое изменение приводит к интересному следствию. В самом деле, коэффициент поглощения звука, определяемый из дисперсионного уравнения (6), при достаточно малом затухании равен

$$a=\frac{2}{s}\operatorname{Im}\omega=\sqrt{\frac{\pi}{2}}\Lambda^2 I_0^2(a)\frac{m^{1/2}Nq}{\rho s(kT)^{3/2}}\left(\frac{q^2}{q^2+\kappa^2}\right)^2, \qquad (7)$$

где κ – обратная величина радиуса экранирования, T – температура кристалла. Следовательно, электронный коэффициент поглощения звука

*** Такой метод был использован Алиевым и Силиным в работе [1].

как функция параметра a осциллирует, обращаясь в нуль при значениях a, соответствующих нулям бесселевой функции. Наиболее интересной представляется зависимость a от частоты (или волнового числа) звука. Так, при $q >> \kappa$, $q \parallel E_0$ имеем

$$a(q) \sim q l_0^2 \left(\frac{e E_0 q}{m \Omega^2} \right),$$

так что при $a >> 1$

$$a(q) = \text{const} \cos^2 \left(\frac{e E_0 q}{m\Omega^2} - \frac{\pi}{4} \right),$$

т.е. зависимость $a(q)$ носит чисто осцилляционный характер.

Предсказываемый эффект можно физически интерпретировать как геометрический резонанс между амплитудой колебаний электрона в высокочастотном поле $e E_0 / m\Omega^2$ и ~~данной~~ звуковой волны $2\pi / q$. Это явление аналогично геометрическому резонансу в магнитном поле (см., например, [2]), но роль вращения электронов по ларморовским орбитам в данном случае выполняют их колебания в высокочастотном поле.

Измерение периода осцилляций затухания звука может быть использовано для определения эффективной массы электрона, а измерение амплитуды – для разделения решеточного и электронного вкладов в поглощение звука.

Автор признателен В.Л.Бонч-Бруевичу за обсуждение работы.

Институт радиотехники
и электроники
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
20 марта 1968 г.

Литература

[1] Ю.М.Алиев, В.П.Силин. ЖЭТФ, 48, 901, 1965.

[2] Ч.Киттель. Квантовая теория твердых тел. Изд. "Наука", 1967.