Письма в ЖЭТФ, том 39, вып.5, стр. 228 – 229 *10 марта 1984 г.*

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ КАЛИБРОВОЧНОЙ ТЕОРИИ

А.Ф.Курчанов

Обычно считается, что хотя функции Грина зависят от калибровки, но наблюдаемые процессы не должны от нее зависеть. В статье приводится контрпример.

Рассмотрим поле Янга – Миллса A^a_μ, взаимодействующее с действительным скалярным полем ϕ^a, преобразующимся по присоединенному представлению. Вставим в континуальный интеграл „единицу":

$$1 = \Delta \int (D\Omega) \prod_x \prod_{a=1}^{n^2-1} \delta\left(\partial^\mu (A^\Omega_\mu)^a - \alpha(\phi^\Omega)^a\right),$$

где выражение Δ понадобится нам только для полей, удовлетворяющих условию $\partial^\mu A^a_\mu = \alpha\phi^a$ (калибровочной группой считаем $SU(n)$). Заметив, что:

$$\prod_{a=1}^{n^2-1} \delta((\Omega^{-1} R\, \Omega)^a) \equiv \prod_{a=1}^{n^2-1} \delta(R^a)$$

мы найдем, что $\Delta(A)$ раскроется через поля-„духи" в точности так же, как для лоренцевской калибровки. В континуальном интеграле сделаем замену $A \to A^{\Omega^{-1}}$, $\phi \to \phi^{\Omega^{-1}}$, в результате чего объем калибровочной группы мы выделили. Теперь отделим у поля A_μ продольные компоненты от поперечных, вставив „единицу":

$$1 = \text{const} \int (D\lambda) \prod_x \prod_{a=1}^{n^2-1} \delta(\partial^\mu (A^a_\mu - \partial_\mu \lambda^a))$$

и сделав после этого замену $A_\mu \to A_\mu + \partial_\mu \lambda$. Тогда интегрирование по λ^a снимет δ-функцию $\delta(\partial^\mu A^a_\mu - \alpha\phi^a)$, и мы получим $\lambda^a = \Box^{-1}\alpha\phi^a$. Внимательно посмотрев на полученный лагранжиан, можно увидеть, что очень интересно положить $\alpha = g^{-1/2}\zeta$ (где g – константа связи и ζ – размерный параметр), и рассмотреть предел $g \to 0$. При фиксированном g наблюдаемые не должны, казалось бы, зависеть от α, поэтому мы можем выбрать α в том числе и зависящим от g. Однако в этом пределе лагранжиан примет вид

$$L = -\frac{1}{4}(\partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu)(\partial^\mu A^{a\nu} - \partial^\nu A^{a\mu}) + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi^a)(\partial^\mu \phi^a) - \frac{m^2}{2}\phi^a\phi^a - \tilde{\lambda}(\phi^a\phi^a)^2 +$$

$$+ \frac{1}{4} f^{abc}(\partial_\mu \Box^{-1}\phi^b)(\partial_\nu \Box^{-1}\phi^c) f^{ab'c'}(\partial^\mu \Box^{-1}\phi^{b'})(\partial^\nu \Box^{-1}\phi^{c'}) + \frac{1}{2}(\partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu)$$

$$\times f^{abc}(\partial^\mu \Box^{-1}\phi^b)(\partial^\nu \Box^{-1}\phi^c)$$

т.е. мы видим члены взаимодействия (в пределе $g = 0$!). Нетрудно показать, что процессов, содержащих во внешней линии поле A на самом деле нет (так как $\Box A = 0$ для внешних линий). Однако остаются члены четвертого нелокального взаимодействия поля ϕ (член $\lambda \tilde{\ } \phi^4$ нас интересовать не будет), причем уравнения движения для внешних линий $\Box\phi = m^2\phi$ не приводят к исчезновению взаимодействия. Это следует хотя бы из того, что классические полевые решения изменяются по сравнению со случаем свободного поля.

Можно ли получить аналогичный эффект в электродинамике?

а) Спинорная электродинамика, калибровка:

$$\partial^\mu A_\mu = \alpha f(\bar{\psi}, \psi)$$

тогда, положив $\alpha = e^{-1}$, в пределе $e \to 0$ получим член вида:

$$(\partial^\mu \Box^{-1} f(\bar{\psi}, \psi)) j_\mu,$$

а так как $\partial^\mu j_\mu = 0$, то этот член не соответствует взаимодействию между частицами.

б) Скалярная электродинамика, формализм Дэффина – Кеммера: взаимодействие опять не возникает.

в) Скалярная электродинамика (поле A входит во взаимодействие линейно и квадратично): в пределе $e \to 0$ взаимодействие остается. (Калибровка $\partial^\mu A_\mu = \alpha f(\phi^*, \phi)$, где f – калибровочно инвариантно, $\alpha = e^{-1}$, $e \to 0$).

В КХД, взяв калибровку:

$$\partial^\mu A^a_\mu = \alpha \bar{\psi} t^a \psi$$

и положив $\alpha = g^{-1/2}$, $g \to 0$, мы опять получим взаимодействие.

Итак, мы видим, что наблюдаемая величина (наличие или отсутствие взаимодействия) оказалась зависящей от калибровки.

Обсуждение. Переход к указанным калибровкам является преобразованием, сложно зависящим от g (от e), причем имеется существенно особая точка по g (по e) в нуле. Для полей Янга – Миллса это можно ожидать (инстантонный вклад $\sim \exp(-1/g^2)$), однако если рассмотреть 0 – инстантонный сектор, тогда для полей $\phi^a(x)$, достаточно быстро убывающих на ∞, переход от $\partial^\mu A^a_\mu = 0$ к $\partial^\mu A^a_\mu = \alpha\phi^a$ оставит нас в том же секторе, поэтому обнаруженную неаналитичность не следует считать связанной с инстантонами. Для скалярной электродинамики сложная зависимость от e также не связана с инстантонами (при $m \neq 0$ и $\lambda \geqslant 0$ их там нет). Разумеется, существует такая замена переменных, которая снова сделает наши поля свободными, но ведь любой лагранжиан, выраженный через in (out) поля примет вид свободного. Важно то, что мы перешли к взаимодействующим полям в результате калибровочного преобразования, которое не должно было бы изменять физику системы. Вопросы, связанные с перенормировками, здесь не рассматриваются, но предполагается, что они не изменят результата.

Я хочу выразить благодарность В.Я.Файнбергу за обсуждение статьи.

Всесоюзный
научно-исследовательский
институт физико-технических
и радиотехнических измерений

Поступила в редакцию
4 ноября 1983 г.