Письма в ЖЭТФ, том 17, вып.7, стр. 369 – 373 *5 апреля 1973 г.*

О ВЛИЯНИИ НИЗКОЧАСТОТНЫХ КОЛЕБАНИЙ НА ПРОЦЕССЫ ПЕРЕНОСА ПОПЕРЕК МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Л. М. Коврижных

В предыдущей работе автора [1] (см. также [2, 3]) было показано, что наличие в плазме низкочастотных колебаний потенциала может приводить к заметному увеличению коэффициентов переноса поперек сильного магнитного поля. Это связано с явлением "перемешивания" [4], возникающим в результате отклонения дрейфовых траекторий частиц от магнитных поверхностей (или поверхностей постоянного давления).

Однако в указанных выше работах был рассмотрен лишь двухмерный случай, когда потенциал возмущения не зависит от одной из коор-

динат[1]. В настоящей статье мы освободимся от этого ограничения и проанализируем влияние на процессы переноса поперек сильного магнитного поля низкочастотных трехмерных потенциальных колебаний (например, дрейфовых волн). При этом мы ограничимся качественной теорией, позволяющей легко понять физическую картину рассматриваемых явлений с одной стороны и дающей достаточно удовлетворительное количественное описание процесса, с другой стороны.

Рассмотрим плазменный цилиндр, находящийся в продольном B_z и азимутальном $B_\phi = \theta B_z$ магнитных полях, в котором распространяется потенциальная волна вида

$$\Phi = \Phi_0 (r, \eta - v_0 t) \exp i [k_\perp \eta + k_\parallel \zeta - \omega' t], \qquad (1)$$

где $\zeta = z + \theta r \phi$ – координата вдоль силовой линии, $\eta = r\phi - \theta z$ – поперек, $\omega' = \omega + k_\perp v_0$, $v_0 = -c(E_r/B)$ – скорость азимутального вращения плазмы в постоянном (амбиполярном) радиальном электрическом поле E_r, а ω – частота колебаний в системе координат, где плазма покоится[2]. Будем считать, что магнитное поле достаточно велико, так, что движение частиц можно описывать дрейфовыми уравнениями. Тогда, поскольку в отсутствии колебаний потенциала частицы (электроны или ионы) движутся вдоль силовой линии со скоростью $\dot{\zeta} = v$ и дрейфуют поперек нее со скоростью $\dot{\eta} = v_0$ то, нетрудно видеть, что частицы движущиеся со скоростями лежащими в интервале

$$\frac{\omega}{k_\parallel} - \Delta v_j < v < \frac{\omega}{k_\parallel} + \Delta v_j ,$$

где $\Delta v_j = v_j \left(\frac{2e_j \Phi_0}{T_j}\right)^{1/2}$, $v_j = \left(\frac{T_j}{m_j}\right)^{1/2}$, а e_j, m_j, T_j

– заряд, масса и температура, оказываются захваченными волной и дрейфуют под действием поля волны поперек силовых линий со скоростью $v_E \approx (\partial \Phi_0/\partial \eta)(c/B)$ по поверхности $\Phi_0(r, \eta) = const$[3]. Иначе говоря, захваченные волной частицы будут отклоняться от магнитной поверхности на величину $a \approx (\partial \ln \Phi_0/\partial \eta)^{-1}$. Таким образом, если эффективная частота соударений $\nu_j^* = \nu_j (v_j/\Delta v_j)^2$ меньше ха-

---

[1] Так в работах [1, 2] он не зависел от продольной координаты тора, а в [3] – был постоянен вдоль линии $k_y y + k_z z = const$.

[2] Для краткости записи мы будем считать, что $\theta << 1$.

[3] Следует отметить, что частица захватывается волной, если относительное изменение $\Delta B/B$ магнитного поля вдоль силовой линии на длине волны не превышает глубины потенциальной ямы $e\Phi_0/T_j$. Для тороидальных систем типа токамак при $k_\parallel = \theta/r$ и $\Delta B/B = r/R$ это условие принимает вид: $r/R < e\Phi_0/T_j$.

рактерной частоты движения частицы в поле волны $\nu_0 \approx v_E/a$, то в результате каждого столкновения, превращающего частицу из захваченной в пролетную она будет в среднем смещаться на величину $\Delta_i \approx a$ [1]. В обратном же случае больших частот соударений $\nu_i^* >> \nu_0$ частица за время между соударениями смещается на расстояние в ν_i^*/ν_0 раз меньшее и, следовательно, эффективное смещение будет равно $\Delta_i \approx a(\nu_0/\nu_i^*)$. Объединяя эти две формулы и учитывая, что относительное число запертых частиц $\frac{\Delta N_i}{N} \approx \frac{\Delta u_i}{u_i} \exp\left(-\frac{\omega^2}{2k_{\parallel}^2 v_i^2}\right)$ получаем для коэффициента диффузии (теплопроводности) связанного с захваченными частицами следующее выражение

$$D_{\text{зах}} \approx \nu_i^* \Delta_i^2 \frac{\Delta N_i}{N} = \frac{\nu_i v_i}{\Delta u_i} \frac{a^2 \exp\left(-\omega^2/2k_{\parallel}^2 v_i^2\right)}{1 \quad \nu_i^{*2}/\nu_0^2}. \tag{2}$$

При достаточно большой частоте столкновений оказывается необходимым учесть также вклад даваемых пролетными частицами, скорость которых близка к фазовой скорости волны и которые в силу этого достаточно сильно смещаются в поле этой волны. При $k_{\parallel}\Delta u_i \frac{\Delta u_i^2}{v_i^2} < \nu_i < k_{\parallel} v_i$ средний квадрат смещения пролетных частиц за время между двумя последовательными столкновениями будет, очевидно, порядка $\Delta_i^2 \approx \frac{v_E^2}{(\omega - k_{\parallel} u_i)^2 + \nu_i^2}$ и, следовательно, вклад в коэффициент диффузии (теплопроводности) даваемый пролетными частицами будет равен [2]

$$D_{\text{пр}} \approx \frac{v_E^2}{k_{\parallel} v_i} \frac{\exp\left(-\frac{\omega^2}{2k_{\parallel}^2 v_i^2}\right)}{\left[1 + k_{\parallel}^2 \Delta u_i^6 / v_i^4 \nu_i^2\right]^{1/2}}. \tag{3}$$

Суммируя (2) и (3) получаем окончательно выражение для коэффициентов диффузии и теплопроводности, справедливое в области достаточно

---

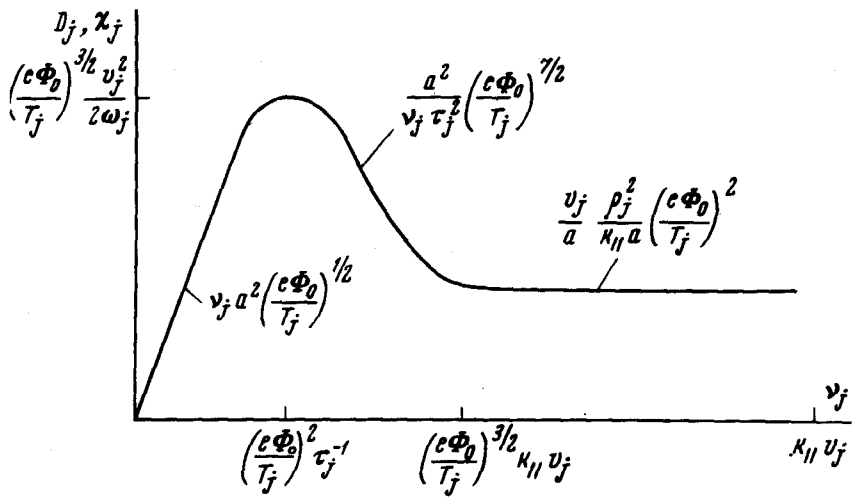
[1] Множитель $v_i^2/\Delta u_i^2$ в эффективной частоте соударений возникает из-за дифференциального характера интеграла кулоновских соударений $\left(st_i \sim \nu_i v_i^2 \partial^2 f_i / \partial u^2\right)$ и должен быть опущен, если под ν_i понимается частота столкновений с нейтральными частицами.

[2] Мы учли здесь, что в области малых частот соударений $\nu_i^* = \nu_i \frac{v_i^2}{\Delta u_i^2} << k_{\parallel}\Delta u_i$ смещение Δ_i будет порядка $\Delta_i \approx v_E/k_{\parallel}\Delta u_i$.

малых частот соударений $\nu_i < k_\parallel v_i$[1].

$$D_i \approx \chi_i \approx \nu_i \left\{ \frac{\left(\frac{e_i\Phi_0}{T_i}\right)^{-1/2} a^2}{1+(\nu_i\tau_i)^2\left(\frac{e_i\Phi_0}{T_i}\right)^{-4}} + \frac{a^2\left(\frac{e_i\Phi_0}{T_i}\right)^2(\tau_i^2\nu_i k_\parallel v_i)^{-1}}{\left[1+\left(\frac{e_i\Phi_0}{T_i}\right)^3\left(\frac{k_\parallel v_i}{\nu_i}\right)^2\right]^{1/2}} \right\} \exp\left(-\frac{\omega^2}{2k_\parallel^2 v_i^2}\right), \qquad (4)$$

где $\tau_i = a^2/\rho_i v_i$, $\rho_i = v_i/\omega_i$, $\omega_i = e_i B/m_i c$.



Зависимость коэффициента диффузии D_i (теплопроводности χ_i) от частоты столкновений ν_i при $(e\Phi_0/T_i)^{1/2} < \tau_i k_\parallel v_i$, $k_\perp a \lesssim 1$

Заметим, что выражение (4), справедливо лишь в случае, когда за время между двумя последовательными отражениями частицы она сдрейфовывает на расстояние много меньшее, чем a, т. е. при $v_E \ll k_\parallel a \Delta v_i$ или при $\left|\frac{e\Phi_0}{T_i}\right| \ll k_\parallel v_i \tau_i$). Для электронов это условие практически всегда выполняется, тогда как для ионов при достаточно малых $k_\parallel$ оно может нарушаться. В этом случае захваченные волной частицы практически роли не играют и коэффициент диффузии (теплопроводности) целиком определяется пролетными частицами и легко может быть оце-

[1] Заметим, что коэффициент амбиполярной диффузии может быть меньше, чем даваемый формулой (4), ибо он определяется меньшим из коэффициентов диффузии электронов и ионов.

нен. Он оказывается равным [2)]

$$D_i \approx \chi_i \approx \left(\frac{e_i \Phi_0}{T_i}\right)^2 \frac{a^2}{\tau_i^2 k_\parallel v_i} \frac{\exp\left(-\omega^2/2k_\parallel^2 v_i^2\right)}{\left[1+\left(\frac{e_i \Phi_0}{T_i}\right)^6 (\nu_i \tau_i)^{-2} (\tau_i k_\parallel v_i)^{-4}\right]^{1/2}} . \quad (5)$$

Из выражений (4), (5) следует, что наличие в плазме колебаний вида (1) может привести к весьма значительному увеличению как диффузии так и теплопроводности по сравнению с их значениями по неоклассической теории (см. рисунок).

В заключение отметим, что если речь идет о дрейфовых волнах, то поскольку их продольная фазовая скорость $\omega/k_\parallel$ обычно значительно превышает тепловую скорость ионов (но меньше тепловой скорости электронов), то наличие в плазме таких колебаний может и не приводить к заметному увеличению коэффициентов переноса для ионов (из-за наличия малого множителя $\exp(-\omega^2/2k_\parallel^2 v_i^2)$).

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
13 февраля 1973 г.

Литература

[1] Л.М.Коврижных. Письма в ЖЭТФ, 13, 513, 1971.

[2] Л.М.Коврижных. ЖЭТФ, 62, 1345, 1972.

[3] О.П.Погуце. Ядерный синтез, 11, вып. 1, 1972.

[4] Г.И.Будкер. Сб. Физика плазмы и проблема управления термоядерных реакций, 1, изд. АН СССР, 1958, стр. 66.

[2)] При выводе формул (4) – (5) мы предполагали, что $k_\perp a \ll 1$, и формула (5) справедлива лишь при $(k_\perp a)^{-1} > (v_E/k_\parallel a \Delta v_i) > 1$. Если же $k_\perp a \gtrsim 1$, то выражение (5) не имеет области применимости, а коэффициент диффузии (теплопроводности) будет определяться формулой (4), где во втором слагаемом величину a следует заменить на $k_\perp^{-1}$.