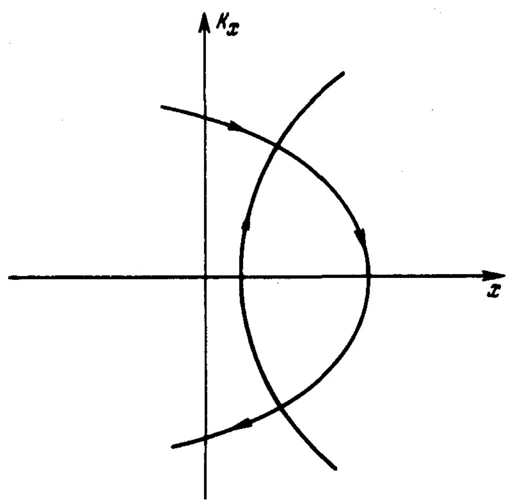
Письма в ЖЭТФ, том 17, вып. 7, стр. 374 – 376 5 апреля 1973 г.

О ПОРОГЕ РАСПАДНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

А. Д. Пилия

В настоящем сообщении мы хотим указать на возможность существования в пространственно неоднородной плазме абсолютной неустойчивости распадного типа, имеющей более низкий порог возбуждения, чем это следует из результатов недавних работ [1 – 4]. Подобная неустойчивость возникает, если обе параметрически связанные волны имеют точки поворота внутри слоя плазмы, как показано на рисунке.



Резонансное взаимодействие осуществляется в области пересечения кривых (поле накачки считается однородным); оно приводит не только к усилению падающей волны, но и к появлению волны другого типа [2, 4]. Легко убедиться, что если энергия распространяется как указано на рисунке, то такая нелинейная трансформация создает положительную обратную связь и может приводить к нарастанию амплитуд волн во времени. Если энергия одной из волн переносится в противоположном направлении, то обратная связь не возникает, и мы попрежнему имеем только усиление. Описанная здесь ситуация является обычной в неоднородной плазме и может осуществляться для большого числа различных распадных процессов. В отсутствие затухания неустойчивость возникает, если произведение коэффициентов трансформации $1 \to 2$ и $2 \to 1$ превосходит единицу. Согласно [4] это условие имеет вид

$$2 \lessdot e^{2\pi z}, \qquad (1)$$

где $z = \left| \dfrac{\gamma^2 \ell^2}{v_1 v_2} \right|$, γ – инкремент распадной неустойчивости рассматриваемых волн в однородной плазме, v_i – x-овая компонента групповой скорости, $\ell^{-2} = | \partial(k_{1x} - k_{2x})/\partial x |_{k_1 - k_2}$. Правая часть (1) представляет собой коэффициент усиления волны (по энергии) в резонансной области. При отсутствии хотя бы одной точки поворота, когда неустойчивость не возникает, распадное взаимодействие можно условно считать опасным, когда этот коэффициент превосходит некоторую большую величину, например, e^{10} [1]. Поскольку $z \sim E_o^2$ (E_o – амплитуда волны накачки), пороговое значение E_o при наличии обратной связи уменьшается примерно в 3 раза. В дополнение к (1) должно выполняться также соотношение $\Delta\phi = 2\pi m$, где $\Delta\phi$ – полное изменение фазы волны при обходе по замкнутому пути, соединяющему точки поворота и резонансные точки. В окрестности точек поворота, когда $k_{xi} = \sqrt{|a_i(x - x_i)|}$, a_i, x_i – постоянные, оно принимает вид

$$\frac{2}{3}\beta^{3/2} + \delta = \pi m, \quad m = 1, 2, 3..., \tag{2}$$

где $\beta = \left|\frac{x_1 - x_2}{a}\right|$, $a = \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}\right)$ и $\delta(z) \lesssim 1$. В том же приближении

$$z = \frac{\gamma^2 x_1' x_2'}{8a^2\sqrt{\beta}}, \quad x_i' = \left|\frac{dx_i}{d\omega_i}\right|.$$

При наличии слабого затухания левую часть (1) следует заменить на $1 + e^{2\sqrt{\beta\beta''}}$, где $\beta'' = \nu_1 x_1' + \nu_2 x_2'$ и ν_i – линейный декремент затухания, а уравнение (2) остается в силе. Из него следует, что имеется бесконечный набор неустойчивых мод, частоты которых определяются условием

$$\beta = a_m^2, \quad a_m = \left(\frac{3}{2}\pi m\right)^{1/3}$$

(и распадным условием $\omega_1 + \omega_2 = \omega_o$). Для порога неустойчивости m-й моды имеем

$$\gamma^2 = \frac{4a_m a^2}{\pi x_1' x_2'} \ln[1 + \exp(2a_m\beta'')]. \tag{3}$$

Точное решение уравнений, описывающих связанные волны, подтверждает приведенные соотношения; из него следует также, что при сильном затухании, $\beta'' \gg a_m^2$ порог неустойчивости определяется выражением

$$\gamma^2 \approx \frac{(\beta'')^2 a^2}{x_1' x_2'}. \tag{4}$$

В качестве иллюстрации рассмотрим возбуждение электромагнитной волной ленгмюровских колебаний и ионного звука в изотропной неизотермической плазме. В этом случае $x_1' = 2\ell_n/\omega_\ell$, $x_2' = 2\ell_T/\omega_s$, $a = (3r_D^2\ell_n + k_\perp^{-2}\ell_T)^{1/3}$, $\ell_n^{-1} = d\ln n_e/dx$, $\ell_T^{-1} = d\ln T_e/dx$, $k_\perp$ – проекция волнового вектора на направление, перпендикулярное неоднородности, $\omega_\ell^2 = 4\pi n e^2/m_e$, $\omega_s^2 = T_e k_\perp^2/m_i$ и $r_D^2 = T_e/4\pi n$. Считая $T_e \gg T_i$ и $k_\perp^{-2}\ell_T \gg r_D^2\ell_n$ и учитывая только затухание Ландау для ионного звука, имеем $\beta'' = (\pi/2)^{1/2}(m_e/m_i)^{1/2}(k_\perp\ell_T)^{2/3}$. Используя известное значение для γ^2

$$\gamma^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{E_0}{4\pi n T_e}\right)^2 \omega_\ell \omega_s$$

видим, что наиболее неустойчивыми оказываются коротковолновые колебания. Если неоднородность T_e не очень велика $\ell_T \gg r_D (m_i/m_e)^{3/4}$, то для $k_\perp \lesssim 1/r_D$ из (4) получаем при $m = 1$

$$\left(\frac{E_0}{4\pi n T_e}\right)^2 \approx \left(\frac{m_e}{m_i}\right)\left(\frac{\ell_T}{\ell_n}\right).$$

Автор благодарен В.И.Федорову за полезное обсуждение.

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
15 февраля 1973 г.

Литература

[1] F.W.Perkins, I.Flick. Phys. Fluids, 14, 2012, 1971.

[2] А.Д.Пилия. X Международная конференция по явлениям в ионизованных газах. Доклад №4.3.8.1., Оксфорд, Англия, 1971 г.

[3] M.N.Rosenbluth. Phys. Rev. Lett., 29, 565, 1972.

[4] А.Д. Пилия. ЖЭТФ, 64, вып., 4, 1973.