

Письма в ЖЭТФ, том 17, вып. 9, стр 511 - 514.

5 мая 1973 г.

## ВЛИЯНИЕ ЭКРАНИРОВАНИЯ НА КРИТИЧЕСКИЙ ЗАРЯД ЯДРА

*М. С. Маринов, В. С. Попов.*

Критический заряд  $Z_c$  был рассчитан [1, 2] для "голового" ядра, т. е. без учета экранировки кулоновского поля  $V(r) = -Za/r$  электронной оболочкой. Благодаря экранировке ослабляется притяжение электрона к ядру:

$$V(r) = - \frac{Za}{r} \chi(r), \quad 0 < \chi(r) < 1, \quad (1)$$

и соответственно возрастает  $Z_c$ . Здесь  $\chi(0) = 1$  и (для нейтрального атома)  $\chi(\infty) = 0$ . Оценка этого эффекта особенно важна в связи с

постановкой опыта по спонтанному рождению позитронов в столкновениях тяжелых ядер (типа  $U + U$ ). В самом деле, суммарный заряд ядер  $Z_1 + Z_2$  лишь на 15 – 20 единиц превышает критический заряд  $Z_c = 170$ , вычисленный без учета экранировки. Поэтому увеличение  $Z_c$  на 10 – 20 единиц сильно затруднило бы постановку такого опыта или вообще сделало бы его невозможным (с известными в настоящее время тяжелыми элементами).

Разумеется, учет экранировки не нужен, если работать с голыми ядрами. Однако трудности эксперимента на встречных пучках полностью ободранных ядер слишком велики. Как показано в [3, 4], спонтанное рождение  $e^+$  происходит и в том случае, когда лишь одно из сталкивающихся ядер ( $Z_1$ ) является голым, а второе ( $Z_2$ ) обладает нормальной электронной оболочкой, если  $Z_1 \geq Z_2$ . При этом сечение образования  $e^+$  имеет практически ту же величину, что и для голых ядер  $Z_1$  и  $Z_2$ . Это замечание открывает возможность проведения эксперимента на обычной тяжелой мишени, что существенно облегчает постановку опыта. Однако, в этом случае квазимолекула, образующаяся при сближении ядер, заведомо окружена электронной оболочкой, и потому необходимо оценить изменение  $Z_c$  в результате экранировки.

Ввиду сложности расчета  $Z_c$  в задаче двух центров, для определения масштаба поправки на экранирование рассмотрим модельную задачу о сферическом сверхтяжелом ядре. Функцию  $\chi$  в (1) возьмем по уравнению Томаса – Ферми:

$$\chi = \chi(\beta r), \quad \beta = \frac{Z^{1/3}}{137 b} = 0,0425 (Z \alpha)^{1/3} \quad (2)$$

( $\hbar = c = m_e = 1$ ; остальные обозначения совпадают с [5]). Хотя при  $Z > 137$  для внутренних электронов  $v \approx c$ , однако основная часть электронов находится на расстояниях  $r \gtrsim 137 Z^{-1/3} \gg 1$  от ядра, что оправдывает использование нерелятивистской модели Томаса – Ферми. Уравнение Дирака с потенциалом (1) решалось численно с помощью фазового метода. Вкратце он сводится к следующему. В системе Дирака для радиальных функций  $g, f$  при  $\epsilon = \kappa = -1$  (что отвечает уровню  $1s_{1/2}$  на краю нижнего континуума) выполняем замену:

$$g = a \cos \theta, \quad f = \frac{2}{3} a \left( r \cos \theta - \frac{1}{r^2} \sin \theta \right), \quad (3)$$

где  $a(r), \theta(r)$  – новые неизвестные функции (амплитуда и фаза). Для фазы получаем нелинейное уравнение:

$$\frac{d\theta}{dr} = -V(r) \left[ \frac{3}{2} r^2 \cos^2 \theta + \frac{2}{3} \left( r^2 \cos \theta - \frac{\sin \theta}{r} \right)^2 \right] \quad (4)$$

с начальным условием:  $\theta(0) = 0$ . Для потенциала притяжения  $\theta$  является монотонно возрастающей функцией  $r$ . Обозначая асимптотичес-

кое значение фазы через  $\eta$ :

$$\eta = \lim_{r \rightarrow \infty} \theta(r), \quad (5)$$

получаем условие<sup>1)</sup>, определяющее  $Z_c$  для уровней  $ns_{1/2}$ :

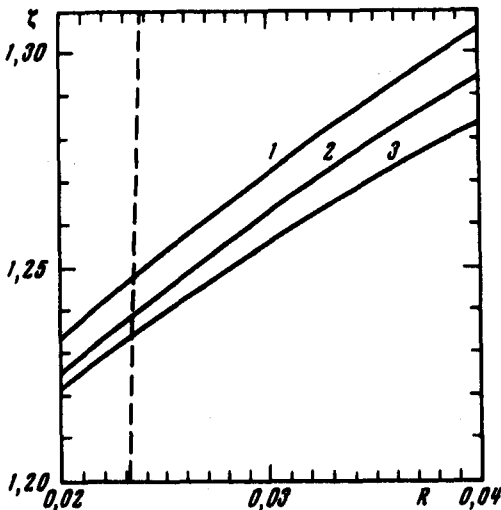
$$\eta = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi. \quad (6)$$

Уравнения (4), (6) хорошо приспособлены для численного счета на ЭВМ. Скажем несколько слов относительно экранирующей функции  $X(x)$ ,  $x = \beta r$ . Использование таблиц [5, 6]  $X(x)$  оказалось не очень удобным, так как они недостаточно подробны. При  $x < 0,4$  использовалось разложение  $X$  в ряд по степеням  $\sqrt{x}$ :

$$X(x) = 1 + \sum_{\nu \geq 1} \sigma_\nu x^\nu, \quad (7)$$

где  $\sigma_1 = -1,588$ ,  $\sigma_{3/2} = 4/3$ ,  $\sigma_2 = 0$ ,  $\sigma_{5/2} = \frac{2}{5} \sigma_1$ ,  $\sigma_3 = 1/3$ ,  
 $\sigma_{7/2} = \frac{3}{70} \sigma_1^2$ ,  $\sigma_4 = \frac{2}{15} \sigma_1$  (члены ряда с  $\nu > 4$  отбрасывались). При

$x > 0,4$  использовалась аппроксимация Зоммерфельда  $X(x) = [1 + (\gamma x)^\lambda]^{-\mu}$  с надлежащим образом подобранными параметрами  $\gamma$ ,  $\lambda$  и  $\mu$  (см. [6]). Отклонение этих приближений от значений  $X(x)$ , полученных в результате точных численных расчетов, меньше 1% для всех  $x$ , а в области  $r < 5$ , наиболее существенной для определения  $Z_c$  по фазовому уравнению (4), это отклонение  $< 0,1\%$ .



<sup>1)</sup> Вывод этого условия, а также обобщение фазового уравнения (4) на состояния с произвольными  $k$  будут опубликованы отдельно.

Результаты расчета  $Z_c$  представлены на рисунке, где  $\zeta = Z_c/137$ ,  $R$  – радиус ядра в единицах  $\hbar/m_e c = 386 \phi$ . Потенциал внутри ядра брался в виде  $V(r) = -Z\alpha[3 - (r/R)^2]/2R$ , что отвечает равномерной плотности заряда. Кривые 2 и 3 соответствуют незранированному кулону; при этом кривая 3 – результат расчета [2], в котором при вычислении логарифмической производной  $rG'/G$  на краю ядра использовалось приближение  $R \ll 1$ , а кривая 2 – расчет по точному уравнению (4). Наконец кривая 1 построена с учетом экранировки (1). Задаваясь определенной зависимостью  $R$  от  $Z$ , легко определить отсюда критический заряд ядра. Если положить  $R = r_0 A^{1/3}$ , где  $r_0 = 1,2\phi$  и  $A = 2,5 Z$  (см. пунктирную прямую на рис. 1), то  $Z = 1,247; 1,238$  и  $1,234$  для кривых 1, 2 и 3 соответственно.

В итоге  $Z_c = 171$ ; при этом учет  $\chi(x)$  увеличивает критический заряд всего лишь на величину  $\Delta Z_c = 1,2$  (переход от кривой 2 к кривой 1). При столкновении голого ядра с нейтральным атомом влияние экранировки на  $Z_c$  еще меньше, так как электронная оболочка объединенного атома заполнена лишь наполовину.

Отсюда вытекает, во-первых, что при расчете сечения рождения  $e^+$  в столкновениях тяжелых ядер можно использовать значения  $Z_c$  для задачи двух центров<sup>1)</sup>; во-вторых, – что приближение [2]  $R \ll 1$  во внутренней области  $r < R$  имеет хорошую точность. Заметим, впрочем, что решение уравнения Дирака на основе фазового уравнения (4) делает это приближение не столь необходимым, как раньше.

Институт теоретической  
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию  
23 марта 1973 г.

### Литература

- [1] W. Pieper, W. Greiner. Zeits. Phys., 218, 327, 1969.
- [2] В.С.Попов. ЯФ, 12, 429, 1970.
- [3] С.С.Герштейн, В.С.Попов. Препринт ИФВЭ СТФ 72-60, Серпухов, 1972.
- [4] В.С.Попов. ЖЭТФ, 65, вып. 7, 1973.
- [5] Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Квантовая механика. Физматгиз. 1963.
- [6] П.Гомбаш. Статистическая теория атома и ее применения, М., ИИЛ, 1951.

<sup>1)</sup> Т. е. брать  $Z_c$  для электрона, движущегося в поле двух незранированных точечных зарядов.