

ПОЛЮСНАЯ ОСОБЕННОСТЬ ТРЕУГОЛЬНОЙ ДИАГРАММЫ

В.Г. Горшков, С.Г. Шерман

Хорошо известно, что аномальная особенность треугольной диаграммы является логарифмической [1 – 3]. Если особенности вершин диаграммы по виртуальным массам расположены близко к физической области, характер аномальной особенности всей диаграммы может измениться. Мы остановимся на случае, когда особенности одной из вершин треугольной диаграммы расположены ближе к физической области, чем особенности двух других вершин.

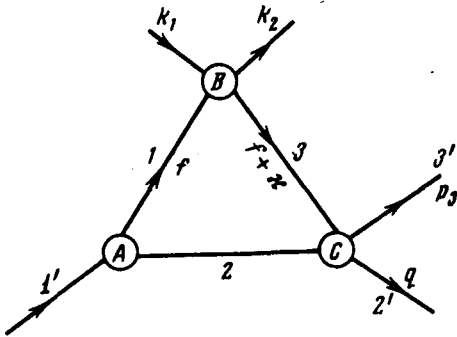


Рис. 1

Рассмотрим диаграмму рис. 1. Особенность диаграммы связана с областью реальности всех трех промежуточных частиц. Эта особенность будет близка к физической области в случае, если начальная частица $1'$ образует слабо связанную систему из частиц 1 и 2 . В частном случае, когда взаимодействие между частицами 1 и 2 вовсе отсутствует, блок "А" исчезает, частицы 1 и 2 реальны и диаграмма описывает амплитуду перехода трех частиц в три. Такая диаграмма в качестве "аномальной" особенности имеет полюс, связанный с реальностью частицы 3 . Этот полюс лежит в физической области, что соответствует произвольно большим возможным расстояниям между процессами блоков "В" и "С".

Если энергия связи частицы $1'$ по отношению к распаду на частицы 1 и 2 ϵ много меньше масс этих частиц m_1 и m_2 , то два полюса пропагаторов 1 и 2 близки друг к другу и находятся с разной стороны от контура интегрирования по f_0 . Замыкая контур интегрирования по f_0 вокруг одного из этих полюсов, например 2 , получим главный вклад диаграммы с точностью до членов порядка ϵ/m [2]. Эта процедура оказывается справедливой и при $\epsilon < m_1 \ll m_2$. Полагая для простоты $m_2 \gg m_1, m_3$ ¹⁾, вводя импульс связи $\eta = \sqrt{2m_1\epsilon}$ и учитывая известное соотношение между формфактором вершины "А" и волновой функцией частицы 1 :

$$\phi(f) = \frac{F_A(f)}{f^2 + \eta^2}, \quad (1)$$

¹⁾ Отсутствие этого условия не меняет результатов работы.

получим следующее выражение для амплитуды рис. 1 в системе покоя частицы 1':

$$F = F_B F_C M(\kappa, p), \quad M(\kappa, p) = \int \frac{\phi(f) d^3f}{(f + \vec{\kappa})^2 - p^2 i \epsilon (2\pi)^3}, \quad (2)$$

$$\vec{\kappa} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 = \mathbf{p}_3 + \mathbf{q}, \quad p^2 = (\omega_1 - \omega_2 + m_1)^2 - m_3^2, \quad \omega_i = k_{i0}, \quad (3)$$

где F_B и F_C — амплитуды блоков "B" и "C" для реальных частиц 1, 2, 3. Импульс p (3) совпадает с импульсом p_3 частицы 3 при $m_2 \gg m_3$.

Обозначим $p - \kappa = x \ll \kappa + p \approx 2\kappa$. Приближение к аномальной особенности связано с уменьшением x . Из (2) видно, что характер поведения M при приближении к особенности связан со скоростью сходимости интеграла

$$\int \phi(f) \frac{d^3f}{(2\pi)^3} = \psi(0). \quad (4)$$

Волновая функция $\phi(f)$ зависит, вообще говоря, от радиуса системы $a = \eta^{-1}$ и радиуса взаимодействия $\lambda_A^{-1} \equiv \lambda^{-1}$. Поэтому существенные \bar{f} , определяющие область сходимости интеграла (4) будут $\bar{f} \sim \lambda, \eta$.

В случае $x \gg \lambda, \eta$, знаменатель в (2) может быть вынесен из-под знака интеграла и мы получаем $M \approx -\psi(0)/2\kappa x$, т. е. степенной рост с уменьшением x . В случае $\lambda \gg x \gg \eta$, волновую функцию в (2) можно заменить предельным значением при нулевом радиусе взаимодействия ($\lambda = \infty$), которая дается формулой (1) при $F_A(f) = \text{const}$. Инте-

грал (2) будет сходиться при $2\kappa \gg \bar{f} \gg x$ и мы получим $M \approx \frac{1}{2\kappa} \ln \frac{2\kappa}{x}$.

Выражение (2) справедливо в том случае, если x и существенные в интеграле (2) \bar{f} много меньше параметров λ_B и λ_C на которых начинает сказываться зависимость блоков B и C от виртуальных масс, т. е. $\lambda_B, \lambda_C \gg x, \lambda, \eta^1$.

Все сказанное можно проиллюстрировать на модели Хьюлтена:

$$\phi(f) = \frac{4\pi\psi(0)(\mu + \eta)}{(f^2 + \mu^2)(f^2 + \eta^2)}, \quad \mu = \eta + \lambda, \quad \psi(0) = \sqrt{\frac{\mu\eta(\mu + \eta)}{2\pi}}, \quad (5)$$

$$M(\kappa, p) = \frac{\psi(0)}{2\kappa} \frac{i}{\lambda} \left(\ln \frac{\kappa + p + i\eta}{-\kappa + p + i\eta} - \ln \frac{\kappa + p + i\mu}{-\kappa + p + i\mu} \right). \quad (6)$$

¹⁾ В ядерных реакциях средних энергий $\lambda_A \sim m_\pi$, в то время как $\lambda_B, \lambda_C \sim m_p$. При больших энергиях $\omega_1 \gg m$ и больших переданных импульсах $\kappa \sim q \sim \omega_1$ величины λ_B и λ_C в электродинамических процессах имеют порядок ω_1 ; по-видимому это остается справедливым и для сильных взаимодействий.

При $\lambda \rightarrow 0$ (5) совпадает с волновой функцией основного состояния атома водорода [4, 5] и:

$$M(\kappa, p) \doteq \frac{\psi(0)}{\kappa^2 - (p + i\eta)^2} \approx -\frac{1}{2\kappa} \sqrt{\frac{\eta}{\pi}} \frac{\eta}{x + i\eta}, \quad x = p - \kappa, \quad \psi(0) = \sqrt{\frac{\eta^3}{\pi}}. \quad (7)$$

Для состояний атома водорода с неравным нулю орбитальным моментом ℓ выражение для M имеет вид кратных полюсов [4, 6]. При $\lambda \rightarrow \infty$ (5) представляет собой волновую функцию дейтона нулевого радиуса действия и

$$M(\kappa, p) = \frac{i}{2\kappa} \sqrt{\frac{\eta}{\pi}} \ln \frac{\kappa + p + i\eta}{-\kappa + p + i\eta} \approx \frac{i}{2\kappa} \sqrt{\frac{\eta}{\pi}} \ln \frac{2\kappa}{x + i\eta}. \quad (8)$$

Отметим, что величина M в обоих случаях (7) и (8) одного порядка при $|\kappa - p| = x \sim \eta$, падение же (7) с ростом x значительно более резкое, чем (8). При $\eta \rightarrow 0$ волновая функция атома водорода ($\lambda = 0$) переходит в $\psi(0) (2\pi)^{3/2} \delta^3(f)$, блок "А" исчезает и мы получаем полюс (7) в физической области. В то время как при $\lambda \neq 0$ и $\eta \rightarrow 0$ взаимодействие в блоке "А" не исчезает и остается логарифмическая особенность в физической области (6), (8).

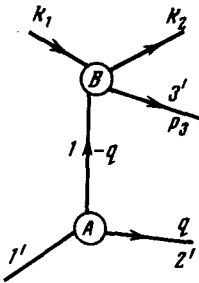


Рис. 2

При больших переданных частице 2 импульсах $q \gg \eta$ диаграмма рис. 1 вдали от своей особенности вообще говоря того же порядка, что и другие диаграммы процесса, в частности, полюсная диаграмма импульсного приближения рис. 2 [7]¹⁾, существующая при совпадении частиц 2 и 2', 3 и 3' на рис. 1. Поэтому вблизи особенности при больших q диаграмма рис. 1 может являться наибольшей, что, например, имеет место в атомных процессах [4 - 6], и определять сечение процесса, которое имеет вид [6]:

$$d\sigma = |2\kappa M(\kappa, p)|^2 \frac{dp}{2\pi} d\sigma_B d\sigma_C, \quad (9)$$

¹⁾ Диаграмма рис. 2 определяется амплитудой равной $\phi(q) F_B$ и является главной при $q \sim \eta$ в силу полюсного поведения волновой функции (1), (5). При $\lambda = 0$ (водород) этот полюс оказывается кратным. Падение величины этой диаграммы с ростом q при $\lambda \neq 0$ происходит по закону q^{-2} при $\lambda \gg q \gg \eta$ и q^{-4} при $q \gg \lambda, \eta$.

где $d\sigma_B(\omega_1, \kappa)$, $d\sigma_C(\kappa, q)$, сечения процессов, описываемых блоками "B" и "C" с реальными частицами 1, 2, 3. При $\lambda \sim \eta$ ширина особенности $dp \sim \eta$, поэтому величина (9) при $x \sim \eta$ оказывается порядка $\sigma_B(\sigma_C/a^2)$, где $a = \eta^{-1}$ — радиус связанной системы [1].

В случае, когда нерезонансный фон велик к амплитуде (2) следует добавить постоянное слагаемое, а к формуле (9) интерференционный и нерезонансный члены. Наблюдать особенность диаграммы можно при достаточно больших энергиях ω_1 и переданных импульсах $\kappa \sim q \sim \omega_1$, при которых существует область $\omega_1 \gtrsim \lambda_B \sim \lambda_C \gg x \gg \lambda, \eta$. Для обнаружения особенности необходимо измерить сечение в зависимости от величины κ, p и q .

Институт ядерной физики
им. Б.П.Константинова
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
26 марта 1973 г.

Литература

- [1] R.Karplus, C.M.Sommerfield, E.U.Wichman. Phys. Rev., 111, 1187, 1958; 114, 376, 1959; Y.Nambu. Nuovo Cim., 9, 610, 1958.
- [2] И.С.Шапиро. Теория прямых ядерных реакций, М., Атомиздат, 1963.
- [3] В.В.Анисович, Л.Г.Дахно. ЖЭТФ, 46, 1152, 1964; Б.Н.Валуев. ЖЭТФ, 47, 649, 1964.
- [4] В.Г.Горшков, А.И.Михайлов, С.Г.Шерман. ЖЭТФ, 64, вып. 4, 1973.
- [5] Е.Ф.Друкарев. ЯФ, 17, 342, 1973.
- [6] В.Г.Горшков. Лекции 7 школы ЛИЯФ, 2, 415, 1972.
- [7] G.F.Chew, F.E.Low. Phys. Rev., 113, 1640, 1959.