Письма в ЖЭТФ, том 10, стр. 91 – 95 *20 июля 1969 г.*

О РАСХОДИМОСТЯХ АМПЛИТУД СЛАБЫХ НЕЛЕПТОННЫХ ПРОЦЕССОВ В ТЕОРИИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМ БОЗОНОМ

А.И.Вайнштейн, Б.Л.Иоффе

Использование алгебры токов при рассмотрении амплитуд слабых адрон-лептонных процессов в высших порядках по слабому взаимодействию показало [1], что в некоторых случаях точный учет сильных взаимодействий не приводит к эффективному обрезанию интегралов, которые остаются расходящимися и могут, тем самым, обрезаться только за счет слабых или электромагнитных взаимодействий.

В случае нелептонных процессов в теории с промежуточным бозоном ситуация является менее ясной, однако, и здесь есть основания считать [2 – 4], что сильные взаимодействия не обрезают интегралов по импульсам виртуальных W-бозонов. Для устранения возникающих трудностей в работах [3–5] было предположено, что гамильтониан взаимодействия является суммой следующих членов: $SU(3)\times SU(3)$ симметричного и нарушающих $SU(3)\times SU(3)$ симметрию членов, преобразующихся по представлениям $(3,\bar{3})$ и $(\bar{3},3)$ групп $SU(3)\times SU(3)$. Тогда, как было показано в [3], вклад расходящихся членов в амплитуды переходов с $\Delta S = 1$ (а также в не сохраняющие четность амплитуды с $\Delta S = 0$) строго обращается в нуль.

В настоящей работе мы хотели бы произвести оценку расходящихся членов в амплитудах слабых нелептонных процессов, не используя сделанного в [3 – 5] предположения и найти возникающие отсюда значения параметра обрезания. При этом основным предположением, которое будет использоваться, будет гипотеза частичного сохранения аксиального тока без изменения странности (PCAC) или, более точно, предположение о том, что в пределе равной нулю массы пиона аксиальный ток с $\Delta S = 0$ строго сохраняется.

Матричный элемент перехода между адронными состояниями a и b за счет испускания и поглощения промежуточного W-бозона может быть записан как

$$M(2\pi)^4 \delta^4 (p_a - p_b) = \frac{4\pi g^2}{(2\pi)^4} \int d^4k \frac{1}{k^2 \mu^2} \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{\mu^2}\right) \times$$

$$\times \int d^4x\, d^4y\, e^{ik(x-y)} < b | T \{ j_\mu^+ (x), \quad j_\nu(y) \} | a >, \tag{1}$$

где $4\pi g^2/\mu^2 = G/\sqrt{2}$ и j_μ – слабый адронный ток. Квадратично расходящийся член в (1) имеет вид[1)]

$$M_{\rm div} (2\pi)^4 \delta^4 (p_a - p_b) = \frac{g^2}{4\pi^3 \mu^2} \int \frac{d^4 k}{k^2 \mu^2} \times$$

$$\times \int d^4 x\, d^4 y\, e^{ik(x-y)} \delta(x_0 - y_0) < b | [\partial_\mu j_\mu^+ (x), \ j_0 (y)] | a >. \tag{2}$$

Мы будем считать, что матричный элемент от одновременного коммутатора $< b | [\partial_\mu j_\mu(x), \ j_0 (y)] | a >$ содержит только члены, пропорциональные $\delta (x-y)$ и $\delta' (x-y)$. Так как члены, пропорциональные $\delta' (x-y)$, не внесут вклада в (2), то можно записать

$$M_{\rm div} (2\pi)^4 \delta (p_a - p_b) = \frac{q^2}{4\pi^3 \mu^2} \int \frac{d^4 k}{k^2 - \mu^2} \int d^4 x\, d^4 y\, \delta(x_0 - y_0) \times$$

$$\times < b | [\partial_\mu j_\mu^+ (x), \ j_0 (y)] | a > = -i \frac{g^2 \Lambda^2}{4\pi \mu^2} \int d^4 x < b | [\partial_\mu \ j_\mu^+ (x), Q(x_0)] | a >, \tag{3}$$

где Λ – предел обрезания и $Q(x_0) = \int d\mathbf{x}\, j_0 (\mathbf{x}, x_0)$.

---

1) Как обычно, [3–5] предполагается, что 1) $\int d^4x\, e^{ikx} < b | T \{ \partial_\mu j_\mu (x) \partial_\nu j_\nu (0) \} | a)$ убывает при $k \to \infty$; 2) швингеровские члены являются с-числами. Последнее предположение весьма существенно, поскольку в случае его невыполнения в M возникли бы отличные от нуля члены, пропорциональные $g^2 \Lambda^4$. Следует отметить, что предположение 2), в частности, означает, что либо прямое взаимодействие W с полем ϕ^x- π- и K-мезонов отсутствует, либо в этом взаимодействии присутствуют члены вида $W^+ W^- \phi^+ \phi$, нацело компенсирующие вклад швингеровских членов.

Рассмотрим наиболее интересный случай перехода с $|\Delta S| = 1$ и будем для конкретности считать $\Delta S = S_b - S_a = 1$. Тогда ненулевой вклад в (3) внесут только члены с $\Delta S = 0$ из $\partial_\mu j_\mu^+(x)$ и члены с $\Delta S = 1$ из $Q(x_o)$. В дивергенцию слабого тока без изменения странности основной вклад вносит аксиальный ток. Если считать, что аксиальный ток без изменения странности точно сохраняется в пределе равной нулю массы π-мезона, то $\partial_\mu j_\mu^+$ будет порядка $\partial_\mu j_\mu^+ = \partial_\mu A_\mu^+ \sim (\mu_\pi/m_o)^2$, где m_o – некоторая эффективная масса [1]. Таким образом, для расходящейся части матричного элемента перехода с $\Delta S = 1$ возникает оценка [2]

$$M_{\rm div} \sim \frac{g^2\Lambda^2}{4\pi\mu^2}\sin\theta\left(\frac{\mu\pi}{m_o}\right)^2 = \frac{G}{(4\pi)^2\sqrt{2}}\sin\theta\,\Lambda^2\left(\frac{\mu\pi}{m_o}\right)^2, \qquad (4)$$

где θ – угол Кабиббо.

Эффективный параметр частичного сохранения аксиального тока примем равным $(\mu_\pi/m_o)^2 \sim 0{,}1$, т.е. $m_o = 0{,}5$ *Гэв*. Тогда для $M_{\rm div}$ получим

$$M_{\rm div} \sim 5\cdot 10^{-4}\, G\Lambda^2 \sin\theta. \qquad (5)$$

Сравнивая $M_{\rm div}$ с вкладом нерасходящихся членов, который должен быть порядка $M_{\rm conv} \sim G m_o^2 \sin\theta$ для предела обрезания Λ находим ограничение

$$\Lambda \lesssim 25\ \textit{Гэв}. \qquad (6)$$

Рассмотрим теперь переходы с $\Delta S = 0$ и изменением четности $P = -1$. В этом случае один из слабых токов в (1) должен быть векторным, другой аксиальным, и можно записать квадратично расходящуюся часть (1) в форме (3) таким образом, чтобы вошла дивергенция от векторного тока $\partial_\mu V_\mu^+$ [3]. Если оба тока не меняют странности, то порядок малости $\partial_\mu V_\mu^+$ определяется нарушением изотопической ивариантности,

---

[1] Такая оценка верна во всех случаях, за исключением матричных элементов, содержащих полюсные диаграммы с однопионными промежуточными состояниями. Можно показать, что в (3) эти диаграммы не дадут вклада.

[2] В работе [6] было проведено вычисление расходящейся части матричного элемента $K \to 2\pi$ распада, причем результат вычислений не был пропорционален малому параметру $(\mu_\pi/m_o)^2$. Отличие результата работы [6] от нашего объясняется тем, что в этой работе автор, применяя приближенный метод гипотезы РСАС к равному нулю матричному элементу $\langle 2\pi|\,\partial_\mu j_\mu|K\rangle$, получил для него ненулевой результат.

[3] Строго говоря, для переходов с $\Delta S = 0$ формулы (2) и (3) должны быть симметризованы по токам j^+ и j.

т.е. электромагнитными взаимодействиями, и для отношения $M_{\text{div}}/M_{\text{conv}}$ будет иметь место оценка

$$\frac{M_{\text{div}}}{M_{\text{conv}}} \sim \frac{g^2\Lambda^2}{4\pi\mu^2}\,\frac{e^2}{\pi}/\,G\,m_o^2 = \frac{e^2}{\sqrt{2}(4\pi)^2\pi}\left(\frac{\Lambda}{m_o}\right)^2 \lesssim 1,\quad \Lambda \lesssim 150\ \textit{Гэв}, \quad (7)$$

Если же оба тока меняют странность, то порядок малости $\partial_\mu V_\mu^+$ определяется нарушением $SU(3)$ симметрии, и мы будем иметь

$$\frac{M_{\text{div}}}{M_{\text{conv}}} \sim \frac{g^2\Lambda^2}{4\pi\mu^2}\sin\theta\,\lambda/G\,m_o^2 \sim 2\cdot 10^{-4}\left(\frac{\Lambda}{m_o}\right)^2\lambda \lesssim 1,\quad \Lambda \lesssim 150\ \textit{Гэв}, \quad (8)$$

где λ – малый параметр, характеризующий нарушение $SU(3)$ инвариантности, $\lambda \approx 0{,}2$.

Оценим, наконец, матричные элементы переходов с $\Delta S = 0$, $\Delta T = 1$, $P = +1$. Такие переходы могут возникать за счет электромагнитных взаимодействий, поэтому матричный элемент (3) нужно сравнивать с $M_{\text{conv}} \sim e^2/\pi$, так что

$$\frac{M_{\text{div}}}{M_{\text{conv}}} \sim \frac{G\Lambda^2}{(4\pi)^2}\,\frac{\pi}{e^2}\left(\frac{\mu_\pi}{m_o}\right)^2 \sim 2\cdot 10^{-6}\left(\frac{\Lambda}{m}\right)^2 \lesssim 1,\quad \Lambda \lesssim 600\ \textit{Гэв}. \quad (9)$$

Переходы с $\Delta S = 0$, $\Delta T = 0$ и $P = +1$ не представляют интереса, поскольку они неотличимы от переходов за счет сильных взаимодействий.

Полученные оценки предела обрезания Λ (6)–(8) близки к оценкам, следующим из рассмотрения лептонных распадов адронов [1].

Благодарим В.И. Захарова, В.И. Огиевецкого, В.В. Соколова и И.В. Хрипловича за полезные обсуждения.

Поступила в редакцию
27 марта 1969 г.
После переработки
2 июня 1969 г.

Литература

[1] В.Л. Иоффе, Е.П. Шабалин. ЯФ, 6, 828, 1967; Письма в ЖЭТФ, 6, 978, 1967.

[2] *M.B. Halpern, G. Segre. Phys. Rev. Lett.,* 19, *611, 1000(E), 1967.*

[3] *C. Bouchiat, J. Iliopoulos, J. Prentki. Nuovo Cim.,* 56A, *1150, 1968.*

[4] *R. Gatto, G. Sartori, M. Tonin. Phys. Lett.*, 28B, *129, 1968.*
[5] *N. Cabibbo, L. Maiani. Phys. Lett.*, 28B, *131, 1968.*
[6] *G. Venturi. Phys. Rev.*, 174, *2154, 1968.*