*Письма в ЖЭТФ, том 10, стр. 101 – 105* *20 июля 1969г.*

# О ДИФФУЗИИ ПЛАЗМЫ В СТЕЛЛАРАТОРАХ

*Б.Б. Кадомцев, О.П. Погуце*

Как известно, во многих стеллараторах [1–4] в широком интервале изменения параметров плазмы наблюдается аномально большая ее утечка. В настоящее время неясно, чем определяется аномальная диффузия. С одной стороны, плазма в тороидальных системах подвержена широкому классу дрейфовых неустойчивостей (см., например, [5] и цитированную там литературу), и в некоторых экспериментах [4, 7] наблюдаемую утечку удается связать с колебаниями в диапазоне дрейфовых частот. С другой стороны, даже классическая диффузия с учетом запертых и локализованных частиц в несимметричных тороидальных системах может достигать довольно большой величины [8–10]. Однако, в наиболее типичной области параметров плазмы, когда электронная частота столкновений велика, а ионная мала по сравнению с дрейфовой, классическая диффузия не может объяснить наблюдаемой утечки, поскольку при этом мал коэффициент диффузии электронов (последнее обстоятельство отмечено в работе [10]).

Но именно в этой области, как мы покажем ниже, может развиваться достаточно опасная неустойчивость типа дрейфовой с учетом конечных орбит [5, 6], которая вполне достаточна для аномальной утечки плазмы порядка бомовской, и которая, естественно, в равной мере дает перенос как ионов, так и электронов.

Поскольку для дальнейшего кривизна поля несущественна, то в качестве модели стелларатора рассмотрим прямую систему с цилиндрическими магнитными поверхностями и полем

$$B_z = B\,[1 + \epsilon \cos\,(l\nu - k_o z)\,], \qquad (1)$$

где $\epsilon$ – глубина модуляции магнитного поля винтовыми обмотками, $l$ – число заходов винтовой обмотки, $k_o$ – обратный ее период по оси $z$.

Рассмотрим малые колебания плазмы, сильно вытянутые вдоль магнитного поля, так что соответствующее продольное волновое число $k_z \ll k_o$. Будем считать, что частота столкновений ионов мала по сравнению с частотой колебаний $\omega$, и следовательно, для их описания можно воспользоваться бесстолкновительным кинетическим уравнением. Допустим далее, что $\omega \ll \omega_b \sim k_o v_i = k_o \sqrt{T/m_i}$, где $v_i$ – тепловая скорость ионов, а $\omega_b$ – частота колебаний ионов в периодическом магнитном поле (1). При этом пролетные ионы хорошо выравнивают потенциал электрического поля вдоль $z$ на длине $\sim x_o^{-1}$, так что потенциал $\phi$ можно считать равным

$$\phi = \phi\, e^{-i\omega t + im\nu + ik_z z}\,,$$

где $\phi$ не зависит от $z$ (т.е. можно пренебречь малыми осцилляциями $\tilde{\phi}(k_o z)$ с периодом модуляции магнитного поля). Кроме того, в кинетическом уравнении для ионов можно произвести усреднение по быстрым осцилляциям $\omega_b$, так что поперечное движение ионов может быть описано в терминах сохранения продольного адиабатического инварианта

$$I = \sqrt{2/m_i}\,\int (E - e\phi - \mu B)^{1/2}\, dl, \qquad (2)$$

где $E$ – полная энергия иона, $\mu$ – поперечный адиабатический инвариант.

Соответственно линеаризованное кинетическое уравнение для ионов в предположении $k_z v_i \ll 1$ принимает вид:

$$-i\omega f' + i v_o \frac{m}{2} f' + v_r \frac{df_o}{dr} = 0, \qquad (3)$$

где $v_r(E,\mu)$, $v_\nu(E,\mu)$ – компоненты усредненной по продольным циллящиям скорости дрейфа, равные

$$v_r = \frac{c}{eB}\frac{dI}{r\,d\nu}\left(\frac{dI}{dE}\right)^{-1}, \qquad v_\nu = -\frac{c}{eB}\frac{dI}{dr}\left(\frac{dI}{dE}\right)^{-1}. \tag{4}$$

В предположении, что в равновесном состоянии поперечное электрическое поле отсутствует, находим из (3) с учетом (2), (4) возмущение плотности ионов:

$$n_i' = \frac{e n_0}{T}\phi < \frac{\omega_*}{\omega - \omega_m} > \cong \frac{e n_0}{T}\phi\frac{\omega_*}{\omega}\left(1 + \frac{<\omega_m>}{\omega} + \frac{<\omega_m^2>}{\omega^2}\right), \tag{5}$$

где $\omega_* = -\frac{m}{r}\frac{cT}{eBn_0}\frac{dn_0}{dr}$ – так называемая дрейфовая частота,

$\omega_m = \frac{m}{r} v_\nu$ – частота магнитного дрейфа, а угловые скобки означают усреднение по максвелловской функции распределения. В выражении (5) произведено разложение по $\omega_m/\omega$ в предположении $\omega \gg \omega_m$. Величина и знак $<\omega_m>$ определяются усредненными по длине характеристиками магнитного поля. По порядку величины $<\omega_m> \sim \epsilon^2 \omega_*$, а знак $<\omega_m>$ совпадает со знаком $\omega_*$ в случае магнитной ямы, $\max \oint dl/B$, и противоположен ему при $\min \oint dl/B$. В величину $<\omega_m^2>$ основной вклад дают запертые ионы, доля которых $\sim\sqrt{\epsilon}$, так что по порядку величины $<\omega_m^2> \sim \epsilon^{5/2}\,\omega_*^2$. Для возмущения плотности электронов, в предположении, что их частота столкновений $\nu_e \gg \omega_*$ и $T = \text{const}$, можно воспользоваться хорошо известным гидродинамическим выражением [11]:

$$n_e' = \frac{e n_0}{T}\phi\left\{1 + \frac{\omega_* - \omega}{\omega + iDk_z^2}\right\}, \tag{6}$$

где $D = T\nu_e/m_e$ – коэффициент диффузии электронов.

Приравнивая (5) и (6) и предполагая $Dk_z^2 \ll \omega \ll \omega_*$, находим частоту рассматриваемых колебаний:

$$\omega = -\frac{<\omega_m^2>}{<\omega_m> + iDk_z^2} \tag{7}$$

Отсюда видно, что максимальный инкремент $\gamma \sim \sqrt{\epsilon}\,\omega_*$ достигается при $Dk_z^2 \sim <\omega_m> \sim \epsilon^2\omega_*$. При этом, что очень важно, $\gamma = \mathrm{Im}\,\omega$ совершенно нечувствительно к знаку $<\omega_m>$, т.е. к наличию или отсутствию $min\ B$.

Рассматриваемая неустойчивость аналогична дрейфово-диссипативной [12], но отличается от нее меньшими требованиями к величине шира $\theta$, который ограничивает снизу возможные значения $k_z > \theta m/r$. Поскольку инкремент неустойчивости порядка частоты, то можно ожидать развития сильных флуктуаций плотности и макроскопической утечки плазмы с эффективным коэффициентом диффузии $D_\perp \sim \sqrt{\epsilon}\ cT/eB$. Впрочем, не исключено, что неустойчивость остановится на несколько меньшем уровне, поскольку уже при $\phi \sim \epsilon T/e$ электрическое поле начинает заметно влиять на дрейфовые траектории ионов $I = const$. Коэффициент диффузии $D_\perp$ имеет порядок величины бомовского и значительно превосходит максимально достижимый классический коэффициент диффузии ионов на локализованных частицах [10] $D_c = \sim \epsilon_t^2 \epsilon^{-1/2}\ cT/eB$, где $\epsilon_t = a/R$ – отношение малого радиуса плазмы к радиусу кривизны (из условия отсутствия разрушения магнитных поверхностей за счет искривления следует $\epsilon_t \lesssim \epsilon^2$). Кроме того, в отличие от классической диффузии на локализованных частицах, рассматриваемая здесь турбулентная диффузия в равной мере охватывает все ионы, и поэтому она нечувствительна к образованию плато на функции распределения в области локализованных ионов, которое приводит к снижению $D_c$ при уменьшении частоты столкновений [9].

Поступила в редакцию
12 июня 1969 г.

## Литература

[ 1] *R.A. Ellis, L.P. Goldberg, J.G. Gorman. Phys. Fluids, 3, 468, 1960.*
[ 2] *A.S. Bishop, E. Hinnov. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research (IAEA, Vienna, 1966), vol. II, p. 673.*
[ 3] Д. К. Акулина и др., там же, vol. II, p. 733.
[ 4] *I.G. Brown at al. Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fus. Res. (IAEA, Vienna, 1969).*
[ 5] В.Б. Кадомцев, О.П. Погуце. Сб. Вопросы теории плазмы, 5, 209, Атомиздат, 1967.
[ 6] О.П. Погуце. ЖЭТФ, 52, 1536, 1967.
[ 7] *K.H. Young. Phys. Fluids, 10, 213, 1967.*
[ 8] А.А. Галеев, Р.З. Сагдеев. ЖЭТФ, 53, 348, 1967.
[ 9] Л.М. Коврижных. ЖЭТФ, 56, 877, 1969.
[10] *A.A. Galeev, R.S. Sagdeev, M.N. Rosenbluth, H.P. Furth. Phys. Rev. Lett., 22, 511, 1969.*

[11] Б.Б. Кадомцев. Сб. Вопросы теории плазмы, 5, 289, Атомиздат, 1969.
[12] С.С. Моисеев, Р.З. Сагдеев. ЖЭТФ, 44, 763, 1963.