Письма в ЖЭТФ, том 17, вып. 11, стр. 637 – 639 *5 июня 1973 г.*

СТАТИСТИЧЕСКИЙ БУТСТРАП И МОДЕЛЬ ПОМЕРАНЧУКА ДЛЯ МНОЖЕСТВЕННОГО РОЖДЕНИЯ АДРОНОВ

М. И. Горенштейн, Г. М. Зиновьев, В. А. Миранский, В. П. Шелест

Мы хотим обратить внимание на глубокую связь, существующую между двумя статистическими моделями адронов: моделью Померанчука [1] и бутстрап-моделью Хагедорна – Фраучи [2, 3]. В недавних работах Фейнберга [4] и Сисакяна, Фейнберга и Чернавского [5] в рамках модели Померанчука было успешно объяснено большое число экспериментальных фактов. Сходные результаты получаются и в статистической бутстрап-модели [2, 3]. Ключевым моментом здесь является тот факт, что температура в обеих моделях не зависит от энергии системы. Однако причины, приводящие к появлению такой температуры в двух моделях, казалось бы, совершенно разные: в модели Померанчука это обстоятельство связано с пропорциональностью объема системы, в которой устанавливается термодинамическое равновесие (файербол Померанчука) числу вторичных частиц n, а в бутстрап-модели – с наличием экспоненциально растущей с ростом массы плотности адронных состояний $\rho(m)$. Более того, одним из основных постулатов бутстрап-модели [2, 3] является постулат о независимости объема тяжелых адронов (файерболов Хагедорна) от их массы. Все это может создать впечатление, что никакой прямой связи между двумя этими моделями не существует. Мы, однако, сейчас покажем, что в статистическом бутстрапе роль объема Померанчука играет не объем самого адрона, а объем системы стабильных частиц (условно π-мезонов), на которые он распадается. В согласии с постулатом Померанчука этот объем оказывается пропорциональным числу π-мезонов, что сразу позволяет установить соответствие между двумя разными определениями файербола, используемых в моделях [1] и [2, 3], соответственно.

Будем исходить из релятивистски-инвариантной формы статистического бутстрап-уравнения, отвечающей так называемому сильному бутстрап условию [6, 7]:

$$\rho(m) = d_1\delta(m-m_0) + \sum_{k=2}^{\infty}\left(\frac{V}{8\pi^3}\right)^{k-1}\frac{1}{k!}\prod_{i=1}^{k}\int dm_i^2\,\rho(m_i)\times$$

$$\times\int\frac{d^3p_i}{2p_{0i}}\,\delta(m-\sum_{i=1}^{k}p_{0i})\,\delta^3(\sum_{i=1}^{k}\mathbf{p}_i), \qquad (1)$$

где m_0 – масса π-мезона, V – объем адрона, d_1 задает вырождение π-мезонов, $\rho(m)$ – плотность адронов. Используя метод [6, 7], уравнение (1) можно точно решить:

$$\rho(m) = d_1\delta(m-m_0) + \sum_{k=2}^{\infty} d_k\theta(m-km_0)\mathcal{T}^{(k)}_{(m;\,m_0,\ldots m_0)}, \qquad (2)$$

где

$$d_k \underset{k\to\infty}{\approx} (d_1 m_o)^k \left(\frac{V}{4\pi^3}\right)^{k-1} [2\pi k^3(\ln 4 - 1)]^{-1/2}\, e^{-k\ln(\ln 4 - 1)}, \text{ а}$$

$$\mathcal{T}^{(k)}_{(m;\, m_o, \dots m_o)} = \prod_{i=1}^{k} \int d^4 p_i\, \theta(p_{oi})\,\delta(p_i^2 - m_o^2)\,\delta(m - \sum_{i=1}^{k} p_{oi})\,\delta^3(\sum_{i=1}^{k} \mathbf{p}_i) \tag{3}$$

является фазовым объемом k π-мезонов, связанных с адроном массы m.

Можно дать следующую интерпретацию соотношениям (1) и (2). Разделим обе части (1) на $\rho(m)$. Тогда интегралы в правой части (1) будут задавать средние парциальные ширины резонансов массы m в единицах, в которых средняя ширина резонансов этой массы равна единице. При этом то обстоятельство, что в левой и правой частях (1) стоит одна и та же функция $\rho(m)$ отражает следующее бутстрап условие : резонансы, на которые распадается первоначальный резонанс, в свою очередь *таким же* образом распадаются на еще более легкие адроны. Соотношение же (2) отражает тот факт, что в конце концов все тяжелые адроны должны распадаться на стабильные π-мезоны. При этом следует считать, что n-слагаемое в (2) имеет динамическую природу и пропорционально вероятности обнаружения в конце такого распада n π-мезонов:

$$d_n \mathcal{T}^{(n)}(m;\, m_o, \dots m_o) = \tag{4}$$
$$= \left(\frac{\tilde V}{8\pi^3}\right)^{n-1} \frac{1}{n!} \prod_{i=1}^{n} \int dm_i^2\, \delta(m_i - m_o) \int \frac{d^3 p_i}{2p_{oi}}\, \delta\left(m - \sum_{i=1}^{n} p_{oi}\right)\delta^3\left(\sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}_i\right),$$

$$\tilde V = \left(\frac{d_n n!}{m_o}\right)^{1/(n-1)} \propto Vn. \tag{5}$$

Напомним теперь, что средняя множественность $\langle n \rangle$ π-мезонов в статистической бутстрап-модели пропорциональна массе адрона m [3]. Поэтому в доминирующих конфигурациях $p_{o\,\text{эфф}}$ от m зависеть не будет, и выражение (4) можно интерпретировать как плотность числа состояний микроканонического ансамбля n-свободных тождественных частиц с объемом $\tilde V_{\text{эфф}} \approx \tilde V(m_o / p_{o\,\text{эфф}})$ в системе их центра масс. Так что здесь, как и в модели Померанчука, объем π-мезонного газа пропорционален числу частиц n. Таким образом, все термодинамические характеристики соответствующих систем в обеих моделях совпадают.

Следует, однако, иметь в виду, что в статистической бутстрап-модели из-за дополнительных динамических предположений содержится больше информации, чем в модели Померанчука. Так в ней можно доказать доминирующую роль распада адрона на π-мезон и второй адрон, экспоненциальный рост плотности адронов $\rho(m)$ [2, 3]. Предсказания модели совпадают лишь при описании продуктов распадов в конце всего процесса, промежуточные же этапы в модели [1] никак не конкретизируются.

В заключение отметим, что, как было показано в работах [8], статистический подход к дуальным моделям приводит к результатам, близким к полученным в рамках статистического бутстрапа, так что не исключено, что их можно рассматривать в качестве конкретной динамической реализации как модели Хагедорна – Фраучи, так и Померанчука.

Институт теоретической физики
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
24 апреля 1973 г.

Литература

[1] И.Я.Померанчук. ДАН СССР, 78, 889, 1951.

[2] R.Hagedorn. Nuovo Cim., Suppl., 3, 147, 1965.

[3] S.Frautschi. Phys. Rev., 3D, 2821, 1971.

[4] Е.Л.Фейнберг. УФН, 104, 539, 1971.

[5] И.Н.Сисакян, Е.Л.Фейнберг, Д.С.Чернавский. Труды ФИАН СССР, 57, 164, 1972.

[6] W.Nahm. Nucl. Phys., B45, 525, 1972.

[7] J.Yellin. Preprint TH-1513-CERN, 1972.

[8] V.A.Miransky, V.P.Shelest, B.V.Struminsky, G.M.Zinovjev. Phys. Lett., 43B, 61, 1973; M.I.Gorenstein, V.A.Miransky, V.P.Shelest, B.V.Struminsky, G.M.Zinovjev. Preprint ITP-72-168E, Kiev, 1972

тических индексов. Вильсон [9], используя идеи ренорм группы, вы -