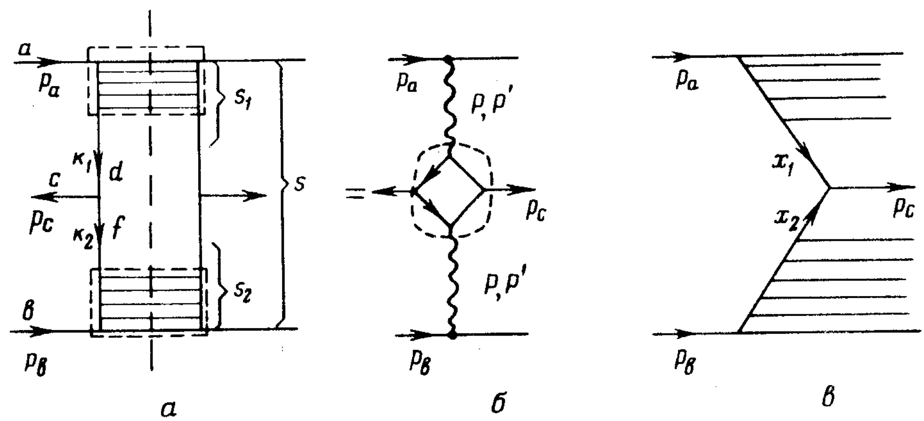
Письма в ЖЭТФ, том 17, вып. 12, стр. 669 – 674. *20 июня 1973 г.*

ЗАВИСИМОСТЬ ИНКЛЮЗИВНОГО СЕЧЕНИЯ РОЖДЕНИЯ ЧАСТИЦ В ОБЛАСТИ ПИОНИЗАЦИИ ОТ ЭНЕРГИИ

Е.М. Левин, М.Г. Рыскин

В настоящей работе мы рассмотрим зависимость инклюзивного сечения $f(p_c, s) = E_c\, d\sigma / d^3 p_c$ рождения медленных в системе центра энергии пионов от энергии сталкивающихся адронов – $\sqrt{s}$, и покажем, что наблюдаемый на опыте рост сечения может быть связан с влиянием фазового объема не регистрируемых частиц (то, что влияние фазового объема сказывается вплоть до очень больших $s \sim 2000$ *Гэв*^{2}, было показано в численных расчетах Ботке [1]). Дело в том, что если в области фрагментации, скейлинг хорошо выполняется, уже начиная с ускорительных энергий [2] ($f(p_c, s) = f(x, p_\perp, s) = f(x, p_\perp, \infty)$ при $s > 20$ *Гэв*^{2}), то в районе пионизации ($x = p_{\parallel c}/p_{\parallel max} = 0$) величина $f(p_c, s)$ и сечение рождения частиц на 90° $d\sigma/d\Omega|_{90^\circ \text{ с.ц.и.}} = \int f(p_{\parallel c} = 0, p_{\perp c}\, s)\, p_\perp^2\, dp_\perp / E_c$ растут с ростом s, вплоть до энергий встречных пучков *ISR* (так при $\sqrt{s} = 30$ *Гэв* $d\sigma/d\Omega|_{90^\circ}$ примерно в два раза больше, чем при $\sqrt{s} = 6{,}8$ *Гэв*) [3, 4]. Обычно [5] этот эффект объясняют вкладом невакуумных полюсов (P', ω) с $\alpha(0) = 1/2$ (см. рис. 1, *а*), который очень медленно вымирает с ростом s, как $s_1^{-1/2} \sim s^{-1/4}$. (При излучении частицы на 90° – $s_1 \sim \sqrt{s}$). Но тогда, чтобы описать рост сечения с энергией, вершину PP' (обведена пунктиром на рис. 1, *а*) приходится брать отрицательной. Такой знак кажется весьма странным, если расшифровать двухреджеонную PP'-вершину, через вычеты реджеонов (так, как это сделано на рис. 1, *а*) и вспомнить, что во всех известных двухчастичных реакциях вкладов полюсов с $\alpha(0) = 1/2$ положителен (либо, когда канал экзотический, равен нулю) [6].



С другой стороны, поскольку при ускорительных энергиях ($s \sim 40$ *Гэв*^{2}) массы ливней частиц с импульсами больше $p_c - \sqrt{s_1}$ и меньше $p_c - \sqrt{s_2}$, весьма малы ($s_1 \sim s_2 \sim 3$ *Гэв*^{2}), то следует учитывать эффекты фазового объема, которые легче всего пояснить на партонной модели [7].

Частица "c" на рис. 1, *б* образуется при столкновении двух партонов. Один из адрона "a" несет долю импульса x_1 ($k_1 = x_1 p_a$), а второй из "b" – x_2. Если партон 1 достаточно быстрый ($x_1 \to 1$), то остальным партонам из "a" достается малая доля энергии $\sim 1 - x_1$. Поэтому вероятность найти быстрый партон падает с ростом x_1. Например, в глубоко неупругом *ep* рассеянии $\nu W_2(x) \to (1 - x)^3$ при $x = 1/\omega \to 1$.

В нашем случае для испускания частицы "c" нужны $x_1 \sim x_2 \sim \sqrt{m_c^2 + p_{\perp c}^2}/\sqrt{s} = m_{\perp c}/\sqrt{s}$, и можно ожидать, что

$$f(0, p_\perp, s) \approx (1 - x_1)^3 (1 - x_2)^3 f(0, p_\perp, \infty) \approx \left(1 - \frac{3m_{\perp c}}{\sqrt{s}}\right)\left(1 - \frac{3m_{\perp c}}{\sqrt{s}}\right) f(0, p_\perp, \infty) \qquad (1)$$

Теперь покажем откуда берется такая зависимость на диаграммах. Графику рис. 1, *а* соответствует интеграл

$$f(p_c\, s) = \frac{E_c\, d\sigma}{d^3 p_c} = g^2 \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^4 s}\, 2\,\mathrm{Im} A_1 \mathrm{Im} A_2 |\, \eta\,(k_1^2)|^2 |\,\eta\,(k_2^2)\,|^2, \qquad (2)$$

где: $\eta(k^2)$ – пропагатор частиц "d" "f", $\mathrm{Im}\, A_1$ – мнимая часть амплитуды рассеяния вперед адрона "d" на мишени "a", g – константа связи.

Точный вид пропагатора для нас несущественен. Видно лишь то, что благодаря быстрому падению $\eta(k^2)$ с k^2 интеграл по k^2 сходится на величинах $k^2 \sim 1/2R^2$. Для определенности можно считать

$$\eta\,(k^2) = \exp\,(R^2 k^2), \quad (k^2 < 0). \qquad (3)$$

Пользуясь оптической теоремой, мнимую часть амплитуды рассеяния мы выразим через полное сечение взаимодействия частиц a и d, f и b.

$$\mathrm{Im}\, A_1 = (s_1 - M_n^2)\,\sigma_o\,(1 + 1/\sqrt{s_1}). \qquad (4)$$

Фактор $s_1 - M_\Pi^2$ в формуле (4) (вместо обычного $\mathrm{Im} A_1 = s_1 \sigma(s_1)$) отражает пороговое поведение амплитуды. $\mathrm{Im}\, A_1$ должна обращаться в нуль при $s_1 \lesssim (m_a + m_d)^2$. А $(1 + 1/\sqrt{s_1})$ описывает изменение сечения при больших энергиях. Из-за невакуумных полюсов $\sigma(s_1)$ подходит к своему асимптотическому значению сверху.

Следует подчеркнуть, что выражение (4) не является разложением по полюсам Редже. Это просто удобная апроксимация амплитуды мезон-нуклонного рассеяния (например, πN, γN).

Для дальнейшего удобно ввести Судаковские переменные [8]

$$p_a' = (0, 1, 2, 3) = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, 0, 0, 1), \qquad p_b' = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, 0, 0, -1),$$

$$p_c = \alpha_c p_a' + \beta_c p_b' + p_{\perp c}, \qquad k_i = \alpha_i p_a' - \beta_i p_b' + k_{i\perp}.$$

Тогда формула (2) примет вид

$$f(p_c, s) = g^2 \int \frac{d\alpha_2 d\beta_1 d^2 k_{1\perp}}{(2\pi)^4}\, \sigma_o^2\,(s_1 - M_\Pi^2)(s_2 - M_\Pi^2)\left(1 + \frac{1}{\sqrt{s_1}}\right) \times$$

$$\times \left(1 + \frac{1}{\sqrt{s_2}}\right) |\,\eta\,(k_1^2)\,\eta\,(k_2^2)\,|^2\,, \qquad (5)$$

где все поправки порядка $1/\sqrt{s}$ связаны с множителем $(s_{1,2} - M_{\Pi}^2)$. Действительно: $s_1 - M_{\Pi}^2 = \beta_1(1-\alpha_1)\,s - |k_{1\perp}|^2 + m_a^2 - M_{\Pi}^2$. Существенные в интеграле (5) $\beta_1 \approx 1/(2R^2 s\alpha_1)$, $\alpha_2 \approx 1/(2R^2 s\,\beta_2)$, $k_{1,2\perp}^2 \approx 1/2R^2$ (так как $-k_1^2 = \alpha_1\beta_1 s + |k_{1\perp}^2|$; и $k_1^2 \approx 1/2R^2$ см (3)). Отсюда

$$s_1 - M_{\Pi}^2 = \beta_1 s[\,1 - \alpha_1 - \alpha_1(M_{\Pi}^2 - m_a^2)\,2R^2 - \alpha_1 2R^2/2R^2] \approx \beta_1 s(1 - 3{,}2\alpha_1)$$

$$s_2 - M_{\Pi}^2 \approx (1 - 3{,}2\beta_2)\,\alpha_2 s\,.$$

(Здесь мы взяли $R^2 = 2\ Гэв^{-2}$, $m_a^2 = m_N^2 = 0{,}9\ Гэв^2$. $M_{\Pi}^2 = (m_N + m_\pi)^2 = 1{,}2\,Гэв^2$). Аналогичным образом поступим с членами порядка $s^{-1/4}$

$$\left(1 + \frac{1}{\sqrt{s_1}}\right)\left(1 + \frac{1}{\sqrt{s_2}}\right) \approx (1 + \sqrt{2R^2\beta_2})\,(1 + \sqrt{2R^2\alpha_1}) = (1 + 2\sqrt{\beta_2})\,(1 + 2\sqrt{\alpha_1})\,.$$

Наконец оценим α_1 и β_2. Условия сохранения импульса $\alpha_1 = \alpha_c + \alpha_2 \approx \approx \alpha_c + 1/(2R^2 s\,\beta_2)$, $\beta_2 = \beta_c + \beta_1 \approx \beta_c + 1/(2R^2 s\,\alpha_1)$, приводят к величинам:

$$\alpha_1 = \alpha_c\,(1+\delta), \quad \beta_2 = \beta_c\,(1+\delta), \quad \delta = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{2R^2 m_{\perp c}^2}} - \frac{1}{2} > 0. \tag{6}$$

В результате мы получаем формулу

$$f(p_c, s) = (1 - 3{,}2\alpha_1)\,(1 - 3{,}2\beta_2)(1 + 2\sqrt{\beta_2})\,(1 + 2\sqrt{\alpha_1})\,\left[f(p_c, \infty) + 0\left(\frac{1}{s}\right)\right], \tag{7}$$

где оставшийся интеграл $I = g^2 \int \frac{d\alpha_2 d\beta_1}{(2\pi)^4}\, d^2 k_{1\perp}\beta_1\alpha_2 s^2 \sigma_o^2 |\eta(k_1^2)\,\eta(k_2^2)|^2 = f(p_c, \infty) + 0\left(\frac{1}{s}\right)$ уже содержит поправки лишь порядка $1/s$ и меньше.

При выводе выражения (7) мы специально не полагали $\alpha_c = \beta_c$ (что справедливо при излучении на 90°), а оставляли произвольные α_c и β_c, потому, что формула (7) описывает не только зависимость инклюзивного сечения от энергии, но и распределение по продольным скоростям (рапидити) – частицы "c" в области пионизации. Последнее утверждение станет очевидным, если выразить α_c и β_c через рапидити адрона "c" в системе центра масс

$$y_c = \frac{1}{2}\ln\frac{E_c + p_{\parallel c}}{E_c - p_{\parallel c}} = \frac{1}{2}\ln\frac{\alpha}{\beta}, \quad \text{т. е.}\ \alpha_c = \frac{m_{\perp c}}{\sqrt{s}}\,e^{y_c}, \quad \beta_c = \frac{m_{\perp c}}{\sqrt{s}}\,e^{-y_c}. \tag{8}$$

Вычисленные с помощью формул (7), (6), (8) зависимость $f(0, p_\perp, s)$ от энергии и распределение по рапидити при разных s приведены на рис. 2,

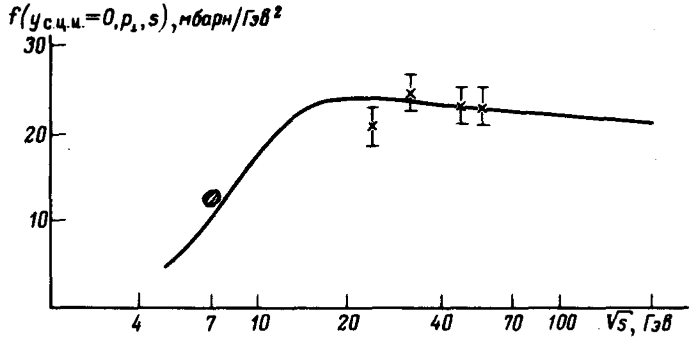


Рис. 2. Зависимость инклюзивного сечения ($pp \to \pi^- + X$) от энергии ($p_\perp = 0,3$ *Гэв*; $p_{\parallel\,с.ц.и.} = 0$). Сплошная линия – расчет по формуле (7). Кружками и крестиками нанесены экспериментальные данные при ускорительных [4] и *ISR* [3] энергиях, соответственно.

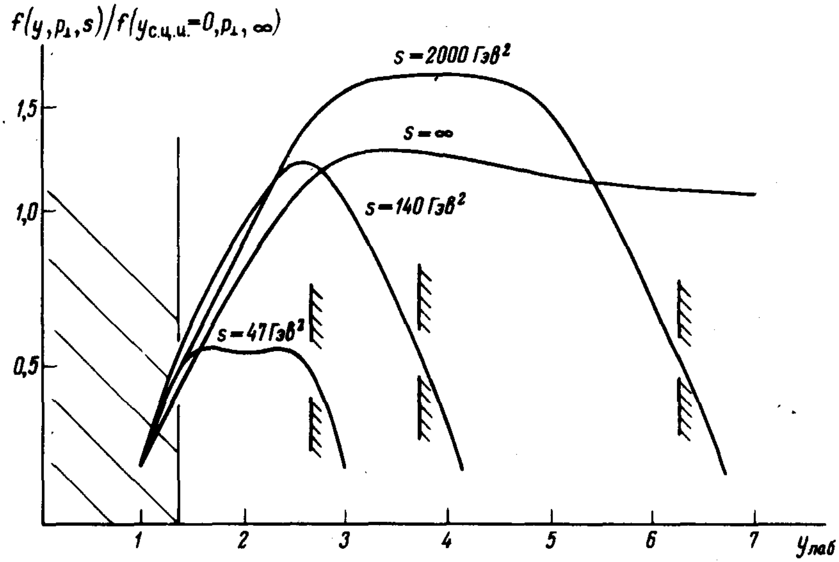


Рис. 3. Распределение пионов, образующихся в реакции $pp \to \pi^- X$, по продольным скоростям ($p_\perp = 0,4$ *Гэв*). Сплошные кривые – расчет по формуле (7). Слева заштрихована область фрагментации (трехреджеонного предела), где формула (7) уже не работает, так как β_2 – велико

3. Небольшие горбы (при $s \approx 1000$ *Гэв*^{2} на рис. 2 и при $s = \infty$ на рис. 3) связаны с множителем $(1 + 1/\sqrt{s_1})$ в (4), учитывающим вклад невакуумных полюсов (P', ω). Но из-за пороговых эффектов $(1 - 3,2\beta_2)$ поправки $\sim 1/\sqrt{s_2}$ становятся заметны лишь при очень больших s. При меньших s горбы перекрываются и образуют плато, причем более высокое (на 40 – 50% выше), чем асимптотическое.

Параметры, использованные при расчете ($R^2 = 2$ $Гэв^{-2}$) взяты из работы [9], где была построена мультипериферическая модель с постоянным полным сечением. Кроме того, мы учитывали, что значительная часть пионов образуется в результате распада резонансов (ρ-мезонов) и продольная скорость y_π π-мезона несколько отличается от y_ρ-резонанса. Поэтому для этих пионов формула (7) интегрировалась в интервале $y_\pi - 1 < y_\rho < y_\pi + 1$. Доля пионов, рожденных через резонансы ($\approx 2/3$) и средняя поперечная масса резонансов ($m_{\perp\rho} = 1$ $Гэв$) также взяты из работы [9].

Наконец, отметим интересный качественный эффект, который наблюдался группой Сакле – Страсбург [3]. С увеличением $p_\perp$ (при $p_\perp >$ > 500 $мэв \gtrsim \langle p_\perp \rangle$) инклюзивное сечение начинает быстрей расти с ростом энергии, что объясняется увеличением α_c, β_c в выражении (7) при увеличении $m_{\perp c} = \sqrt{m_c^2 + p_{\perp c}^2}$.

В заключение напомним, что формула (7) не претендует на точное количественное описание экспериментальных данных. Мы лишь хотели показать, что эффекты фазового объема сказываются даже при довольно больших s и могут объяснить рост инклюзивного сечения в области пионизации. Подробное обсуждение зависимости $f(p_c, s)$ от энергии в модели такого типа, с учетом распада резонансов, будет опубликовано в журнале Ядерная Физика.

Авторы благодарят А.А.Ансельма и И.Т.Дятлова за плодотворное обсуждение.

Ленинградский
институт ядерной физики
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
28 марта 1973 г.

Литература

[1] J.C.Botre. Nucl. Phys., B51, 586, 1973.

[2] A.Bertin et al. Phys. Lett., 38B, 260, 1972; L.G.Ratner et al. Phys. Rev. Lett., 27, 68, 1971.

[3] M.Banner et al. Phys. Lett., 41B, 547, 1972.

[4] H.J.Miick et al. Phys. Lett., 39B, 303, 1972.

[5] A.H.Mueller. Phys. Rev.,Д2, 2963, 1970; H.D.Abarbanel. Phys. Lett., 34B, 69, 1971; H.D.Abarbanel. Phys. Rev., Д3, 2227, 1971.

[6] К.Г.Боресков, А.М.Лапидус, С.Г.Сухоруков, К.А.Тер-Мартиросян, ЯФ, 14, 814, 1971.

[7] R.P.Feynman. Phys. Rev. Lett., 23, 1415, 1969; J.D.Bjorken, E.Paschos. Phys. Rev., 185, 1975, 1969.

[8] В.В.Судаков. ЖЭТФ, 30, 87, 1956.

[9] Е.М.Левин, Н.Г.Рыскин. ЯФ, 17, 388, 1973.