Письма в ЖЭТФ, том 19, вып. 1, стр. 23 – 28 5 января 1974 г.

О САМОФОКУСИРОВКЕ ЛЕНГМЮРОВСКИХ КОЛЕБАНИЙ

А.Г.Литвак, Г.М.Фрайман, А.Д.Юнаковский

С помощью вычислений на ЭВМ и качественного анализа уравнений исследован характер нестационарной самофокусировки ленгмюровских колебаний изотропной плазмы. Определены условия, при которых процесс самофокусировки приводит к эффективной диссипации энергии плазмонов.

В работе приведены результаты исследования самофокусировки пространственно-локализованных ленгмюровских колебаний изотропной плазмы. Интерес к этому вопросу связан , в частности, с выдвинутой в [1] гипотезой о возможности коллапса ленгмюровских колебаний, приводящего к их эффективной диссипации.

Рассмотрим эволюцию сферически симметричного распределения продольных плазменных колебаний с электрическим полем $\mathbf{E} = \mathbf{r}_0 E(r,t)e^{i\omega_p t}$, $\mathbf{r}_0$ – единичный вектор. Для описания самовоздействия используем стандартную систему уравнений, состоящую из параболического уравнения для медленной амплитуды поля $E(r, t)$ и уравнения для малых возмущений плотности плазмы, δn, возникающих в неоднородном высокочастотном поле,

$$- 2i \frac{\partial A}{\partial \tau} + \Delta_x A - \frac{2}{x^2}A - nA = 0, \quad (1)$$

$$\frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 n}{\partial \tau^2} - \Delta_x n = \Delta_x | A |^2 . \quad (2)$$

Здесь введены безразмерные переменные: $x = r(3r_D\sqrt{g})^{-1}$, $\tau = \omega_p t/3g$,
$A = E(16\pi NT_e/3g)^{-1/2}$, $n = 3g\dfrac{Sn}{N}$, $g = \dfrac{T_e}{T_e + T_i}\,\dfrac{M}{mu^2}$, $\Delta_x = \dfrac{1}{x^2}\,\dfrac{\partial}{\partial x}x^2\dfrac{\partial}{\partial x}$,
r_D – дебаевский радиус, T_e, T_i и m, M – температуры и массы электронов и ионов, N – невозмущенная концентрация плазмы, u – параметр подобия.

Анализ системы (1), (2) показывает, что следует различать две стадии самофокусировки колебаний с полной энергией, большей критической. При малых амплитудах $A_m^2 << u^2$ распределение поля меняется медленно и возмущения концентрации успевают выноситься со скоростью звука из области поля, так что нелинейность среды является локальной $n = -|A|^2$. Процесс самофокусировки при этом аналогичен процессу в нелинейной оптике и несколько видоизменяется из-за векторного характера поля ($\mathbf{E} \equiv 0$ при $r = 0$) и трехмерности задачи. Величина поля в максимуме возрастает из-за одновременного смещения максимума к центру $r = 0$ и обужения его ширины. Однако "дозвуковая" самофокусировка может привести лишь к величине амплитуды $|A|^2 \lesssim u^2$, что эквивалентно соотношению для плотности энергии $W/NT_e \lesssim m/M$. Поэтому основным является вопрос о характере самофокусировки колебаний на последующей "сверхзвуковой" стадии, на которой скорость изменения поля превышает скорость звука.

Для получения ответа можно попытаться упростить задачу, опустив в уравнении (2) член, описывающий перенос возмущений [1])

$$\frac{\partial^2 n}{\partial \tau^2} = u^2 \Delta_x |A|^2. \qquad (3)$$

Вывод о коллапсе в [1] базировался на найденном автомодельном решении системы (1), (3), содержащем сингулярность электрического поля. Однако при нахождении этого решения в [1] было использовано некорректное предложение о том, что фаза поля остается не зависящей от координаты r на этой стадии самофокусировки.

Можно показать что система (1), (3) обладает только автомодельными решениями вида

$$A(x, t) = \frac{\mathcal{E}(z)}{t_0 - t}, \quad n(x, t) = \frac{N(z)}{t_0 - t}, \qquad z = x(t_0 - t)^{-1/2}, \qquad (4)$$

но эти решения не удовлетворяют закону сохранения полной энергии, которому должны удовлетворять решения исходной системы с конечной энергией. Действиетльно, при $t \to t_0$ полная энергия $p \approx 4\pi \int\limits_0^\infty |A|^2 x^2 dx \sim (t_0 - t)^{-1/2} \int\limits_0^\infty |\mathcal{E}^2(z)|\, z^2 dz$. Такое автомодельное решение если и содержит информацию об эволюции колебаний с конечной энергией, то, по-видимому, означает, что при самофокусировке этих колебаний возможно лишь возникновение сингулярностей, содержащих нулевую энергию и потому не представляющих физического интереса.

---

1) Такое приближение разумеется справедливо в интервале времени ($\tau < a/u$, a – пространственный масштаб).

Для выяснения характера самофокусировки на "сверхзвуковой" стадии мы решали исходную систему (1), (2) на ЭВМ со следующими начальными условиями

$$A(0,x) = A\frac{x}{a_0}\exp\left(-\frac{x^2}{2a_0^2}\right), \qquad n(0,x) = -A^2(0,x).\frac{\partial u}{\partial r}(0,x) = 0. \quad (5)$$

В качестве иллюстрации на рис. 1, 2 приведены результаты вычислений для соответствующих "сверхзвуковым" условиям параметров

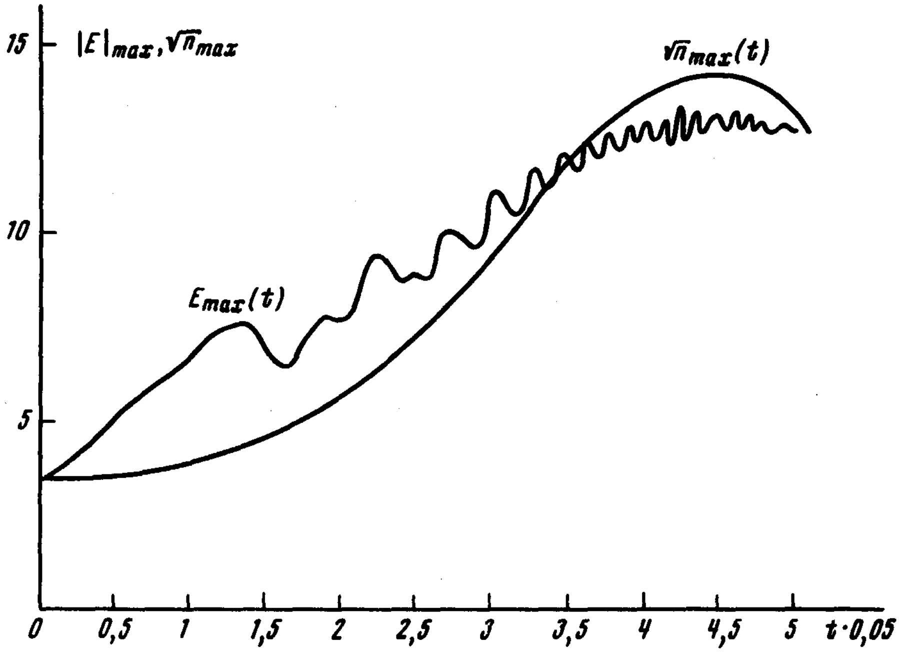

Рис. 1

$A_0 = 6$, $a_0 = 2$, $u = 0{,}25$. На рис. 1 изображена зависимость от времени максимальных значений E и n, на рис. 2, *а* и *б* – распределения $E(r)$ и $n(r)$ для моментов времени $t = 0$, $t = 2{,}25$, $t = 4{,}25$. Из рисунков следует, что, поскольку скорость изменения поля превышает скорость звука, одновременно с фокусировкой колебаний происходит накопление в центре ($r = 0$) частиц, выносимых из области максимума поля. Диэлектрическая проницаемость плазмы в центре становится отрицательной $\mathcal{E} = -n < 0$, это препятствует движению максимума поля и приводит к его остановке. Поэтому самофокусировка происходит как в одномерном случае, т.е. сопровождается лишь уменьшением эффективной ширины сферического слоя колебаний. Затем рост амплитуды замедляется и наступает обратный процесс расфокусировки, максимальное возмущение концентрации успевает достичь к этому моменту квазистационарного значения $n_{max} = -|A|^2_{max}$. В целом картина оказывается довольно сложной – наряду с фокусировкой происходит дробление области поля, связанное с генерацией звука[1], захватывающего часть плазменных колебаний и уносящего их на бесконечность.

[1] Введение в уравнение (2) модельного затухания звука приводит к ослаблению дробления.

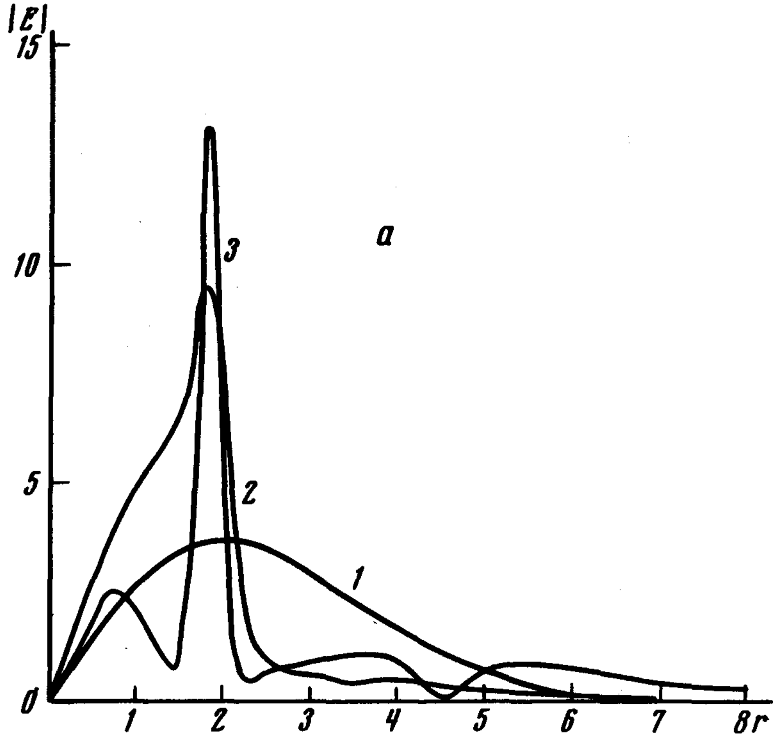

Рис. 2, *а*

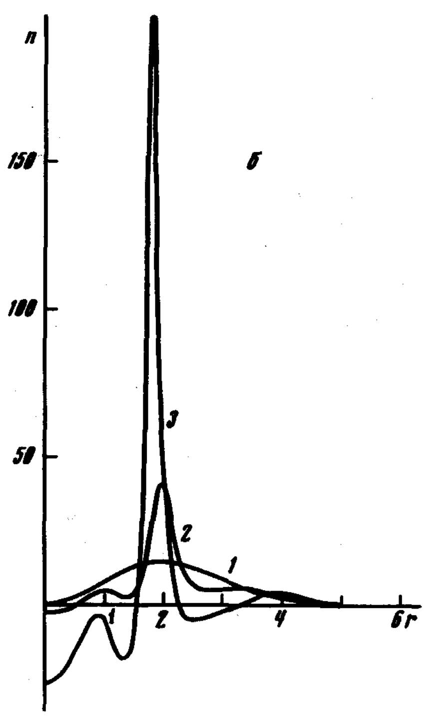

Рис. 2, *б*

Для получения оценочных соотношений мы воспользуемся безаберрационным приближением, хорошо известном в нелинейной оптике [2], т.е. предположим, что в процессе самофокусировки форма начального распределения остается неизменной, а меняется лишь его характерный масштаб a : $a(t)$. Не останавливаясь на подробностях (они будут опубликованы позднее), отметим лишь, что в соответствии с результатами вычислений на ЭВМ были рассмотрены два предельных случая. При "дозвуковой" трехмерной фокусировке начального распределения поля (4) происходит уменьшение масштаба $a(t)$ до величины $a^* \sim (1/2)P_0^{1/3}$, $P_0 = (3\pi^{3/2}/2)A_0^2 a_0$ – полная начальная энергия, а минимальный размер, достигаемый при дальнейшей одномерной фокусировке сферического слоя колебаний составляет $a_{min} \sim P_0^{-1/3}$. Если же начальные параметры "сверхзвуковые", то происходит одномерное сжатие до размера $a_{min} \sim \dfrac{2}{\pi^{3/2}A_0^2 a_0}$. Очевидно, эти соотношения дают завышенную оценку эффекта самофокусировки[1)], что согласуется и с результатами численных экспериментов, в которых a_{min} в $2 \div 3$ раза превышало величину, следующую из оценок

Приведем в размерных переменных соотношения для максимального волнового числа ($k_{max} = \pi/a_{min}$), достигаемого в процессе самофокусировки колебаний с "дозвуковыми" и "сверхзвуковыми" начальными параметрами соответственно

$$(k_{max} r_D) \sim \begin{cases} 1{,}7\left(\dfrac{W_0}{NT_e}\right)^{1/3}\left(\dfrac{m}{M}\right)^{2/3}(k_0 r_D)^{-1} \\ \dfrac{W_0}{NT_e}(k_0 r_D)^{-1} \end{cases} . \tag{5}$$

Здесь принято, что $T_e >> T_i$, $u \sim 1$, W_0 и k_0 – начальные плотность энергии и волновое число колебаний. Отсюда можно, например, получить условие того, что в результате самофокусировки колебания попадут в область спектра, в которой играет существенную роль затухание Ландау $(k_{max} r_D \sim 1)$: это произойдет , если

$$\frac{W_0}{nT_e} > \begin{cases} 0{,}1(k_0 r_D)^3\left(\dfrac{M}{m}\right)^2 \\ (k_0 r_D) \end{cases} . \tag{6}$$

Из (6), в частности, следует, что колебания, удовлетворяющие условию слабой турбулентности, по существу, не могут в результате самофокусировки достичь области сильного поглощения . В отсутствии соударений энергия таких колебаний может, по-видимому, диссипировать лишь вследствие возбуждения ионного звука при квазипериодических пульсациях области ленгмюровских колебаний.

---
1) Для оценки сверху результатов одномерной самофокусировки мы полагаем, что $n = - | A^2(r) |$.

Авторы признательны А.А.Андронову за полезные дискуссии.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
2 ноября 1973 г.

Литература

[1] В.Е.Захаров. ЖЭТФ, 62, 1745, 1972.

[2] В.И.Беспалов, А.Г.Литвак, В.И.Баланов. Сб. Нелинейная оптика, М., изд. Наука, 1968 г., стр. 428.