Письма в ЖЭТФ, том 42, вып. 1, стр. 20 – 22 *10 июля 1985 г.*

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЭХА НА ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛНАХ

Ю.М.Алиев, С.М.Ревенчук

Показано, что в ограниченной плазме с неоднородным переходным слоем возможен эффект эха на поверхностных волнах, имеющий гидродинамическую природу. Информацию о сторонних возмущениях сохраняют незатухающие ленгмюровские колебания, возбуждаемые в переходном слое.

В работах [1,2] показано, что в плазме с размытой границей поверхностная волна испытывает бесстолкновительное затухание за счет перекачки ее энергии в продольные ленгмюровские колебания в окрестности плазменного резонанса, где частота поверхностной волны равна локальной плазменной частоте. Проведенный в [3] анализ показал, что после затухания поверхностной волны в переходном слое холодной бесстолкновительной плазмы остаются незатухающие колебания параллельной градиенту плотности компоненты электрического поля. Таким образом, в плазме с размытой границей резонансное затухание поверхностной волны не связано с необратимой диссипацией энергии волнового движения. В настоящей работе показано, что в такой системе возможны эффекты типа плазменного эха. Роль волн Ван – Кампена [4] в этом случае играют незатухающие колебания электрического поля в окрестности плазменного резонанса.

Пусть плазма занимает область $x > 0$. Предполагаем, что равновесная плотность плазмы $n_0(x)$ монотонно возрастает в переходной области $0 < x < a$ и постоянна при $x > a$. Ограничиваясь рассмотрением потенциальных колебаний в холодной плазме с неподвижными ионами, исходим из системы уравнений гидродинамики:

$$\Delta\phi = 4\pi e n, \qquad \frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div}(n\mathbf{v}) = 0,$$
$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\vec{\nabla})\mathbf{v} = \frac{e}{m}\nabla\phi . \tag{1}$$

Осуществляя преобразование Лапласа по времени и преобразование Фурье по координате y, направленной вдоль границы плазмы, в первом порядке теории возмущений получаем из (1) следующее уравнение для потенциала:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\epsilon\frac{\partial}{\partial x}\phi^{(1)}_{kp}\right) - k^2\epsilon\,\phi^{(1)}_{kp} = \frac{4\pi e}{p}G_{kp}, \tag{2}$$

где $\epsilon(x,p) = 1 + \omega^2_{Le}(x)/p^2$ – диэлектрическая проницаемость холодной плазмы,

$$G_{kp}(x) = \left(n^{(1)}_k + \frac{1}{p}\frac{\partial}{\partial t}n^{(1)}_k\right)\Big|_{t=0}$$

– начальное возмущение плотности, которое ниже будем рассматривать в качестве стороннего возмущения.

Сшивая решения уравнения (2), полученные в трех областях ($x<0$, $0<x<a$, $x>a$), с помощью условий непрерывности ϕ и $\partial\phi/\partial x$ в точках $x=0$, a, получаем следующие выражения для потенциала и компоненты скорости электронов, параллельной градиенту плотности ($ka \ll 1$):

$$\phi^{(1)}_{kp}(x) = -\frac{4\pi e}{pkD(p,k)}\left(1 + k\int_0^x\frac{dx'}{\epsilon(x',p)}\right)\int_0^a G_{kp}(x)\,dx, \tag{3}$$

$$v^{(1)}_{xkp}(x) = -\frac{4\pi e^2}{mp^2\,\epsilon(x,p)D(p,k)}\int_0^a G_{kp}(x)\,dx. \tag{4}$$

Здесь

$$D(p,k) = 1 + k\int_0^a\epsilon(x,p)\,dx + \epsilon(a,p)\left(1 + k\int_0^a\frac{dx}{\epsilon(x,p)}\right) \tag{5}$$

является дисперсионной функцией поверхностных колебаний, полюса которой

$$p = \pm i\,\omega_0 - p_k,$$
$$\omega_0 = \omega_{Le}(a)/\sqrt{2}, \quad p_k = \frac{1}{4}\pi k h\omega_0, \quad h \sim a, \tag{6}$$

описывают экспоненциально затухающие со временем колебания [2,3]. Из (3) видно, что колебания потенциала, обусловленные сторонними возмущениями, затухают со временем. Вместе с тем $v^{(1)}_x$ в переходном слое испытывает незатухающие колебания, описываемые полюсами $\epsilon(x,p) = 0$.

Решая аналогичным образом систему уравнений (1) во втором порядке теории возмущений, находим нелинейный потенциал $\phi^{(2)}(x)$ и нелинейный поверхностный заряд

$$\sigma^{(2)}_{kp} = \int_0^a n^{(2)}_{kp}(x)\,dx =$$
$$= -\frac{k}{2p^2}\,\frac{2\epsilon(a,p) - D(p,k)}{D(p,k)}\int_0^a dx\,\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{n_0(x)}{\epsilon(p,x)}\right)\int\frac{dk'}{2\pi}\int\frac{dp'}{2\pi i}\,v^{(1)}_{xk-k',p-p'}v^{(1)}_{xk'p'}\,. \tag{7}$$

Начальные возмущения плотности задаем в виде сигналов с пространственной зависимостью вида $\exp(\pm ik_1 y)$ и $\exp(ik_2 y)$, подаваемых в плазму в моменты времени $t=0$ и $t=\tau$ соответственно:

$$G_{kp}(x) = 2\pi n_1(x)\delta(k \pm k_1) + 2\pi n_2(x)\, e^{-p\tau}\, \delta(k - k_2). \tag{8}$$

Подставляя в (7) соотношения (4) и (8), получаем следующее выражение для плотности поверхностного заряда эхового сигнала:

$$\sigma_{\pm}^{(2)}(y,t) \cong \frac{\pi e^2}{6m} N_1 N_2 k_{\pm}(t-\tau)\, e^{ik_{\pm}y} \int_0^{\omega_{Le}(a)} \frac{d\omega}{\omega^2}\left[i\,\frac{2\epsilon(a, i\omega) - D(i\omega, k_{\pm})}{D(i\omega, k_{\pm})}\,\cdot \right.$$

$$\left. \cdot\, \frac{\exp[i\omega(t-2\tau)]}{D(2i\omega, k_2)\, D(-i\omega, \pm k_1)} + \text{к.с.}\right], \tag{9}$$

где $k_{\pm} = k_2 \pm k_1$, $N_i = \int_0^a n_i(x)\,dx$.

Заряд (9) приводит к возбуждению поля эховой поверхностной волны со значением потенциала на границе

$$\phi_{\pm}^{(2)}(0) \approx \phi_{\pm}^{(2)}(a) \approx 4\pi\sigma_{\pm}^{(2)} / k_{\pm}^2 a. \tag{10}$$

Выполняя интегрирование в выражении (9), окончательно получаем ($p_i = p_{k_i}$, $\omega_0 \,|t - 2\tau| \gtrsim 1$)

$$\sigma_{\pm}^{(2)}(y,t) \cong \left(\frac{\pi e}{6}\right)^2 \frac{2N_1 N_2\, k_{\pm}(t-\tau)}{m\,(p_1 + p_{\pm})}\, e^{ik_{\pm}y} \sin[\omega_0(t-2\tau)]\,\cdot$$

$$\cdot \begin{cases} \exp[p_1(t-2\tau)], & t < 2\tau \\ \exp[-p_{\pm}(t-2\tau)], & t > 2\tau \end{cases}. \tag{11}$$

Из (11) видно, что эховый сигнал достигает максимального значения в момент времени $t = 2\tau$ и экспоненциально спадает по обе стороны от максимума, причем форма сигнала несимметрична во времени. Эхо возникает как с разностным k_-, так и с суммарным k_+, волновым числом.

Таким образом, в ограниченной плазме с неоднородным переходным слоем эффект эха на поверхностных волнах имеет гидродинамический характер и аналогичен по своей природе осцилляторному эхо в системах с непрерывным спектром [5].

Литература

1. *Романов Ю.А.* ЖЭТФ, 1964, 47, 2119.
2. *Степанов К.Н.* ЖТФ, 1965, 35, 1002.
3. *Долгополов В.В., Омельченко А.Я.* ЖЭТФ, 1970, 58, 1384.
4. *Кадомцев Б.Б.* УФН, 1968, 95, 111.
5. *Маныкин Э.А., Самарцев В.В.* Оптическая эхо-спектроскопия. М.: Наука, 1984, § 1.2.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
12 мая 1985 г.