

## К ТЕОРИИ ЗОННОГО ФЕРРОМАГНЕТИЗМА

Б. А. Волков, Ю. В. Копаев

Исследуется модель с одноэлектронным спектром, неустойчивым относительно электрон-дырочного спаривания. Найдены условия, при которых имеет место сосуществование синглетного и триплетного электрон-дырочного спаривания, приводящее к ферромагнитному состоянию коллективизированных электронов проводимости.

Известно, что в приближении простой параболической электронной зоны  $\epsilon(p) = p^2/2m$  ферромагнитное состояние за счет кулоновского взаимодействия между электронами проводимости возможно лишь при достаточно сильном взаимодействии [1, 2].

Намагниченность электронного газа, например, в направлении  $x$  можно записать в виде:

$$M_x \sim -i \sum_{\sigma} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} G_{-\sigma, \sigma}(q, -0), \quad (1)$$

где

$$G_{-\sigma, \sigma} = -i \langle T a_{-\sigma}(t) a_{\sigma}^{\dagger}(0) \rangle.$$

Ниже речь будет идти о веществах с особыми свойствами одноэлектронного спектра, а именно либо о полуметаллах с почти совпадающими поверхностями Ферми электронов и дырок [3], либо о полупроводниках с шириной запрещенной зоны меньше энергии связи экситона [4], либо о металлах с узкими разрешенными зонами, когда приблизительно выполняется условие  $\epsilon(p) = -\epsilon(p+q)$  [5].

Будет показано, что для таких систем даже при слабом взаимодействии возможен переход в ферромагнитное полупроводниковое состояние. Причем за ферромагнетизм ответственны коллективизированные электроны зоны проводимости легированного полупроводника.

Во всех перечисленных случаях при сколь угодно слабом межэлектронном взаимодействии система неустойчива относительно электрон-дырочного спаривания либо в синглетном состоянии, характеризуемом аномальной функцией Грина  $G_{\sigma\sigma}^{21} = -i \langle T a_{2\sigma} a_{1\sigma}^{\dagger} \rangle$  и потенциалом связи  $V_c$ , либо в триплетном состоянии, характеризуемом аномальной функцией  $G_{-\sigma\sigma}^{21} = -i \langle T a_{2-\sigma} a_{1\sigma}^{\dagger} \rangle$  потенциалом  $V_T$  [6] (здесь индексы 1 и 2 характеризуют либо номера зон [3, 4], либо — два состояния, отличающиеся на вектор  $q$ ).

Ниже будет показано, что в случае легированного полуметалла [3] или полупроводника [4] либо в случае металла [5] с числом электронов на элементарную ячейку, отличающимся слегка от единицы, возможно сосуществование синглетного и триплетного электрон-дырочных спариваний. Но в этом случае функции  $G_{-\sigma\sigma}^{11}$  и  $G_{-\sigma\sigma}^{22}$ , характеризующие намагниченность согласно (1), также оказываются отличными от нуля при сколь угодно слабом взаимодействии, как это легко видеть из следую-

щего формального уравнения

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & & & & & \\ \hline -\sigma & \sigma & & & & & \end{array} & = & \begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & \text{---} & 1 & 2 & 2 & 1 \\ \hline -\sigma & -\sigma & -\sigma & \sigma & \sigma & \sigma & \sigma \end{array} & + & \begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & \text{---} & 1 & 2 & 2 & 1 \\ \hline -\sigma & -\sigma & -\sigma & -\sigma & -\sigma & -\sigma & \sigma \end{array} \end{array}$$

$$(G_{\sigma\sigma}^{11} = G_{-\sigma-\sigma}^{11(0)} V_T G_{\sigma\sigma}^{12} G_{\sigma\sigma}^{21} + \dots). \quad (2)$$

Из системы уравнений для функций Грина, аналогичных уравнению (2) можно получить спектр возбуждений:

$$\omega_{\pm}^2 = \epsilon^2(p) + (\Delta_c + \Delta_T)^2 \quad (3)$$

системы уравнений для синглетной  $\Delta_c$  и триплетной  $\Delta_T$  диэлектрических щелей.

$$\begin{aligned} \ln \frac{\tilde{\omega}}{\Delta_T^0} &= \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\Delta_c}{\Delta_T} + \frac{\Delta_T}{\Delta_c} \right) \ln \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\delta\mu^2 - (\Delta_c + \Delta_T)^2 + \delta\mu}} + \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\Delta_c}{\Delta_T} - \frac{\Delta_T}{\Delta_c} \right) \times \\ &\times \ln \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\delta\mu^2 - (\Delta_c - \Delta_T)^2 + \delta\mu}} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \ln \frac{\tilde{\omega}}{\Delta_c^0} &= \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\Delta_c}{\Delta_T} - \frac{\Delta_T}{\Delta_c} \right) \ln \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\delta\mu^2 - (\Delta_c + \Delta_T)^2 + \delta\mu}} + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\Delta_c}{\Delta_T} + \frac{\Delta_T}{\Delta_c} \right) \times \\ &\times \ln \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{\delta\mu^2 - (\Delta_c - \Delta_T)^2 + \delta\mu}}, \end{aligned}$$

и условие электронейтральности

$$[\delta\mu^2 - (\Delta_T + \Delta_c)^2]^{1/2} + [\delta\mu^2 - (\Delta_T - \Delta_c)^2]^{1/2} = n. \quad (5)$$

Здесь  $n$  — концентрация легирующей примеси,  $\delta\mu$  характеризует смещение уровня Ферми из-за легирования относительно середины запрещенной зоны. Ветви  $\omega_+$  и  $\omega_-$  характеризуют состояния со спином вверх и вниз соответственно, т. е. имеет место спиновое расщепление и связанная с ним намагниченность.

Рассмотрим сначала случай нелегированного полуметалла (полупроводника). Найдем на фазовой диаграмме  $(\Delta_c^0, \Delta_T^0)$  (рис. 1) линию, на которой  $\Delta_c = 0$ . Здесь  $\Delta_c^0$  ( $\Delta_T^0$ ) есть величина синглетной (триплетной) диэлектрической щели в отсутствие триплетной (синглетной). В этом случае из уравнений (4) получим

$$\ln |\Delta_c^0 / \Delta_T^0| = 1, \quad \ln |\Delta_T^0 / \Delta_T| = 0, \quad \text{т. е. } \Delta_T = \Delta_T^0 = e^{-1} \Delta_c^0. \quad (6)$$

Аналогично для линии  $\Delta_T = 0$  имеем  $\Delta_c = \Delta_c^0 = e^{-1} \Delta_T^0$  (рис. 1).

Таким образом область сосуществования  $\Delta_c$  и  $\Delta_T$  находится между линиями с наклоном  $e$  и  $e^{-1}$ . В области сосуществования рост, напри-

мер величины  $\Delta_c$ , как легко видно из рис. 1, имеет место при уменьшении потенциала  $V_c$ , т. е.  $\Delta_c^0$ , что является нефизическим. И действительно анализ свободной энергии, подобной анализу в случае сосуществования диэлектрического и сверхпроводящего спариваний в легированном полуметалле [7], показывает, что область сосуществования не может быть реализована даже как метастабильная.

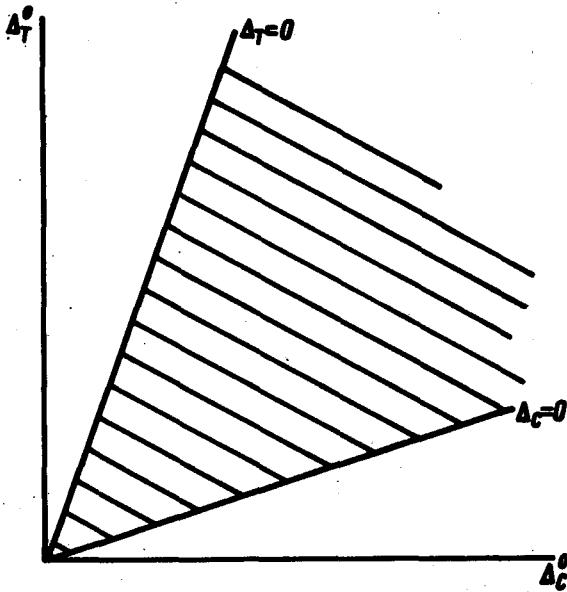


Рис. 1

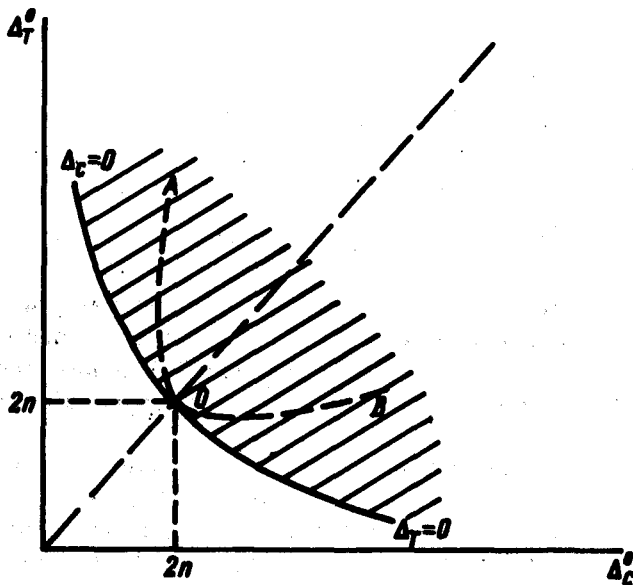


Рис. 2.

Соответствующий анализ для линии  $\Delta_c = 0$  в случае легированного полуметалла приводит к следующим уравнениям вместо уравнений (6):

$$\ln \left| \frac{\Delta_c^0}{\Delta_T^0} \right| = 2 \Delta_T^2 n^{-1} (\sqrt{\Delta_T^2 + n^2} + n)^{-1}, \quad (7)$$

$$(\Delta_T^0 \Delta_c^0)^{1/2} = \sqrt{\Delta_T^2 + n^2} + n,$$

т. е.  $\Delta_T = (\Delta_T^0 \Delta_c^0 - 2n \sqrt{\Delta_T^0 \Delta_c^0})^{1/2}$ , а  $\Delta_c = 0$  на линии (рис. 2):

$$\ln |\Delta_c^0 / \Delta_T^0| = -2n^{-1} (\sqrt{\Delta_T^0 \Delta_c^0} - 2n). \quad (8)$$

Аналогичные (7) и (8) выражения с заменой  $\Delta_c^0 \approx \Delta_T^0$  получаются для линии  $\Delta_T = 0$  (участок кривой на рис. 2 ниже биссектрисы; область существования заштрихована).

Таким образом рост величины  $\Delta_c$ , например, имеет место при увеличении потенциала  $V_c$  (или  $\Delta_c^0$ ). Анализ выражения для свободной энергии вблизи биссектрисы ( $\Delta_c^0 \approx \Delta_T^0$ ) показывает, что ферромагнитное состояние является энергетически выгодным по сравнению со случаем отдельного решения для  $\Delta_c \neq 0$  либо для  $\Delta_T \neq 0$ . Линия  $AOB$ , для определения которой требуются численные расчеты, является линией фазового перехода первого рода из ферромагнитного состояния в парамагнитное. Линии же  $\Delta_c = 0$  и  $\Delta_T = 0$  являются линиями "перегрева" и в области между ними и линией  $AOB$  ферромагнитное состояние системы является метастабильным.

Намагниченность системы и температура Кюри пропорциональны степени легирования  $n$  (при  $n/\Delta^0 \ll 1$ ). Для описания возможного ферромагнитного поведения соединений группы  $A_4B_6$  необходимо учитывать эффекты гибридизации [8].

Рассмотренная модель качественно объясняет магнитные свойства полупроводников с узкими запрещенными зонами при их легировании [9] и является альтернативой к теории [10].

Физический институт  
им. П.Н.Лебедева  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
10 декабря 1973 г.

### Литература

- [1] F. Bloch, Z. Phys., 57, 545, 1929.
- [2] E. C. Stoner, Proc. Roy. Soc., A165, 327, 1938.
- [3] Л.В.Келдыш, Ю.В.Копаев. ФТТ, 6, 2791, 1964.
- [4] А.Н.Козлов, Л.А.Максимов. ЖЭТФ, 48, 1184, 1965.
- [5] D. C. Mattis, W D. Langer, Phys. Rev. Lett., 25, 376, 1970.
- [6] B. I. Halperin, T. M. Rice. Solid State Phys., 21, 115, 1968.
- [7] А.И.Русинов, До Чан Кат, Ю.В.Копаев. ЖЭТФ, 65, 1984, 1973.
- [8] Б.А.Волков, Ю.В.Копаев. ЖЭТФ, 64, 2184, 1973.
- [9] Л.Г.Андрианов, Н.Б.Брандт, Э.Р.Иоон, В.И.Фистуль, С.М.Чудинов. Письма в ЖЭТФ, 17, 9, 1973; E. O. Kane. J. Phys. Chem. Sol., 1, 249, 1965.
- [10] А.А.Абрикосов. ЖЭТФ, 65, 814, 1973.