Письма в ЖЭТФ, том 19, вып. 3, стр. 172–175 5 февраля 1974 г.

К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ЦИКЛОТРОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Д.Г.Ломинадзе, И.Н.Онищенко, И.П.Панченко
В.П.Шевченко

В работе методами частотного моделирования исследована нелинейная динамика циклотронной неустойчивости, возникающей при наличии тока в плазме поперек магнитного поля. Показано, что захват ионов приводит к стабилизации неустойчивости и определена максимальная амплитуда электрического поля возбуждаемой волны.

Ионные потоки поперек магнитного поля приводят к развитию в плазме электростатической неустойчивости на гармониках электронной циклотронной частоты [1]. Исследование нелинейной динамики этой неустойчивости весьма существенно для объяснения механизмов турбулентного нагрева в экспериментах с бесстолкновительными ударными волнами и в θ-пинчах [2].

Один из возможных механизмов стабилизации циклотронной неустойчивости связан с электронной нелинейностью – наличие неустойчивых колебаний приводит к появлению рассеяния электронов на турбулентных пульсациях электрического поля, и при достаточно большой эффективной частоте соударений рост колебаний прекращается [3].

Другой механизм стабилизации циклотронной неустойчивости связан с деформацией функции распределения резонансных ионов в результате обратного воздействия возбуждаемых колебаний [4].

Цель проводимых нами исследований – рассмотрение этих механизмов стабилизации в одномодовом режиме методами частичного моделирования на ЭВМ [5]. В этом случае механизм электронной нелинейности приводит к тому, что дискретные электронные резонансы $\delta(\omega - n\omega_{He})$, имеющие место при строго нормальном распространении волны относительно магнитного поля, уширяются на величину $\sim 1/k\sqrt{e\phi_o/m_e}$ (ϕ_o – амплитуда потенциала возбуждаемой волны) и при достаточно большой амплитуде волны, когда

$$\phi_o \sim \frac{m_e}{e}\,\frac{\omega_{He}^2}{k^2} \qquad (1)$$

(ω_{H_e} – электронная циклотронная частота, k – волновое число возбуждаемой волны) эти резонансы перекрываются и возникает нелинейное затухание циклотронных гармоник на электронах, приводящее к стабилизации неустойчивости[1].

Для неустойчивости с достаточно малым инкрементом $\gamma < (m_e/m_i)^{1/2}\omega_{He}$ (γ – инкремент нарастания волны) более существенным оказывается

[1] Нелинейное затухание плазменных колебаний, распространяющихся перпендикулярно H_o, исследовалось в работе [6].

механизм стабилизации, связанный с захватом ионов в потенциальные ямы, созданные возбуждаемой ими волной, при амплитуде

$$\phi_0 \sim \frac{m_i}{e} \frac{\gamma^2}{k^2} \; . \qquad (2)$$

Захваченные ионы, совершая фазовые колебания в потенциальной яме, в среднем за период колебаний не обмениваются энергией с волной, и неустойчивость стабилизируется.

В настоящей статье приведены результаты исследования этого механизма стабилизации с помощью ЭВМ. Рассмотрена кинетическая неустойчивость, возникающая при достаточно большом разбросе резонансных ионов по скоростям $v_{T_i} \gg \gamma/k$ (v_{T_i} – тепловая скорость ионов). Ионный ток приводит к возбуждению в плазме потенциальной волны с частотой $\omega = n\omega_{He}$, соответствующей максимальному инкременту нарастания [4]

$$\gamma = -\gamma_0 \frac{z_i e^{-z_i^2}}{\left[1 + \frac{T_e}{T_i} \frac{\psi(z_i)}{1 + k^2\lambda_D^2}\right]^2 + \left[\frac{T_e}{T_i} \frac{\sqrt{\pi} z_i e^{-z_i^2}}{1 + k^2\lambda_D^2}\right]^2} , \qquad (3)$$

где

$$\gamma_0 = \frac{v_d}{v_{T_e}} \frac{T_e}{T_i} \omega_{He} \frac{1}{(1 + k^2\lambda_D^2)^2}$$

T_e, T_i – соответственно температура электронов и ионов, $\lambda_D^2 = \frac{T_e}{4\pi e^2 n_0}$, $z_i = \omega - kv_d/kv_{T_i}$, v_d – скорость дрейфа ионов относительно электронов, $\psi(z_i) = 1 - 2z_i e^{-z_i^2} \int_0^{z_i} e^{t^2} dt$. Зависимость безразмерного инкремента нарастания γ/γ_0 от расстройки z_i при различных значениях параметра T_e/T_i изображена на рис. 1. Видно, что с ростом параметра T_e/T_i максимальное значение инкремента сдвигается в сторону больших $|z_i|$, оставаясь приблизительно постоянным по величине $\gamma_{max} \sim 0{,}3$. Наличие максимума инкремента нарастания оправдывает возможность рассмотрения неустойчивости в одномодовом режиме, поскольку в первую очередь будут раскачиваться колебания с максимальным инкрементом. Соответственно этому электрическое поле волны запишем в виде:

$$E(t, x) = E(t)\cos(kx - n\omega_{He} t + a(t)). \qquad (4)$$

В безразмерных переменных

$$\zeta = \frac{kx'}{2\pi}, \quad \nu = \frac{kv'}{2\pi\gamma_0}, \quad \tau = \gamma_0 t, \quad \epsilon = \frac{ekE}{m_i\gamma_0^2} \qquad (5)$$

($\epsilon \sim 1$ соответствует амплитуде потенциала волны (2)) исходная система уравнений задачи (уравнения движения резонансных ионов и уравнения для амплитуды и фазы поля) имеет следующий вид:

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \nu , \qquad \frac{d\nu}{d\tau} = \frac{\epsilon}{2\pi} \cos (2\pi\zeta + a) , \tag{6}$$

$$\frac{d\epsilon}{d\tau} = - \frac{8\pi^{3/2}}{1 + k^2\lambda_D^2} \frac{T_e}{T_i} \frac{1}{\delta} \int\limits_{-1/2}^{1/2} \int\limits_{-\nu_0^m}^{\nu_0^m} \nu \cos (2\pi\zeta + a) \exp \{ -(\nu_0 \delta + z_i)^2 \} \times$$

$$\times \, d\zeta_0 \, d\nu_0 , \tag{7}$$

$$\epsilon \frac{da}{d\tau} = - \frac{1 + k^2\lambda_D^2}{\sqrt{\pi}} \frac{T_i}{T_e} \epsilon + \frac{8\pi^{3/2}}{1 + k^2\lambda_D^2} \frac{T_e}{T_i} \int\limits_{-1/2}^{1/2} \int\limits_{-\nu_0^m}^{\nu_0^m} \nu \sin (2\pi\zeta + a) \exp \times$$

$$\times \{ - (\nu_0 \delta + z_i)^2 \} d\zeta_0 d\nu_0 . \tag{8}$$

В этих уравнениях параметр $\delta = 2\pi\gamma_0 / kv_{T_i}$ характеризует степень размытости ионного потока, $\nu^m = kv^m / 2\pi\gamma^i$, v^m – верхний предел интегрирования по скоростям. Соотношения (6) – (8) записаны в системе отсчета волны $v' = v - v_ф$, $x' = x - v_ф t$; x_0, v_0 – начальные значения безразмерных координат и скорости частицы, находящейся в момент времени t в точке x, v фазового пространства.

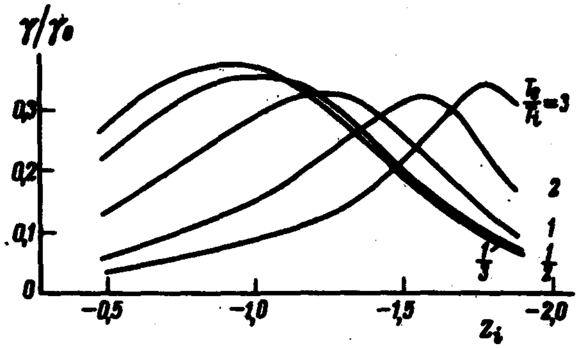

Рис. 1

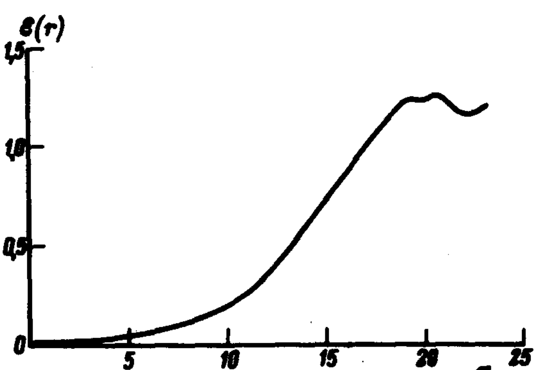

Рис. 2

Система уравнений (6) – (8) интегрировалась на БЭСМ-6 при $k^2\lambda_D^2 \ll 1$, $\delta = 1$, $T_e / T_i = 1/2$ (соответствующее значение $z_i = -1{,}02$). Были проинтегрированы траектории $6 \cdot 10^3$ частиц, начальные координаты которых изменялись в пределах $-\,^1/_2 < \zeta_0 < \,^1/_2$ с интервалом $\Delta\zeta_0 = 1/20$ и скорости в пределах $-3 < \nu_0 < 3$ с интервалом $\Delta\nu_0 = 1/48$ с шагом по времени $h = 5\cdot 10^{-3}$. На рис. 2 приведены результаты интегрирования уравнений (6) – (8) – зависимость безразмерной амплитуды поля от времени. Начальный участок при $\tau \leqslant 15$ соответствует экспоненциальному росту амплитуды с инкрементом $\sim 0,3$ с достаточной степенью точности совпадающему с инкрементом линейной теории. При $\tau \approx 20$ достигается максимальное значение $\epsilon_{max} \sim 1,2$ и в дальнейшем возникают осцилляции амплитуды, соответствующие фазовым колебаниям захваченных ионов.

Энергия волны, возбуждаемой в плазме, определяется соотношением

$$\frac{E^2}{8\pi} = \epsilon^2 \frac{n_0 m_i v_d^2}{2} \frac{\omega_{He}^2}{\omega_{oi}^2} \frac{\omega_{Hc}^2}{k^2 v_{T_e}^2} \left(\frac{T_e}{T_i}\right)^4 \frac{v_d^2}{v_{T_e}^2}. \tag{9}$$

Вывод уравнений (7), (8), более детальное рассмотрение процесса стабилизации за счет захвата ионов, а также исследование второго механизма стабилизации, связанного с нелинейностью электронов, является предметом отдельного сообщения.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Р.З.Сагдееву и В.Д.Шапиро за ценные советы и большую помощь при выполнении работы.

Физико-технический институт
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
10 декабря 1973 г.

Литература

[1] В.И.Курилко, В.И.Мирошниченко. Сб. Физика плазмы и проблемы управляемого термоядерного синтеза, вып. 3, изд. АН УССР, Киев, 1963, 1961 г; H.V.Wong. Phys. Fl., 13, 757, 1970; P.N.Lashmore-Davies. J. Phys., A3, 40, 1970; P.W.Forslund, P.L.Morse, C.W.Nielson. Phys. Rev. Lett., 25, 1266, 1970.

[2] Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fusion Research Conf. Proceed. Novosibirsk 1 – 7 August 1968 IAEA, Vienna, 1969, v. 1.

[3] А.А. Галеев, Д.Г.Ломинадзе, А.Д.Патарая, Р.З.Сагдеев, К.Н.Степанов. Письма в ЖЭТФ, 15, 417, 1972; Д.Г.Ломинадзе. ЖЭТФ, 63,1300, 1972.

[4] M.Lampe, W.M.Maheimer, J.B. Mc Bride, J.H.Orens, K.Popudopoulos, R.Shanny, R.N.Sudan. Phys. Fl., 15, 662, 1972.

[5] B.D.Fried, R.Z.Sagdeev, C.S.Liu, R.W.Means. Bull. Amer. Phys. Soc. Ser II, 15, 1421, 1970; И.Н.Онищенко, А.Р.Линецкий, Н.Г.Мациборко, В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко. Письма в ЖЭТФ, 12, 407, 1970.

[6] Р.З. Сагдеев, В.Д.Шапиро. Письма в ЖЭТФ, 17, 389, 1973.