Письма в ЖЭТФ, том 19, вып. 3, стр. 176–179 *5 февраля 1974 г.*

ДИФРАКЦИОННЫЙ ПРЕДЕЛ ФОКУСИРОВКИ СВЕРХКОРОТКИХ СВЕТОВЫХ ИМПУЛЬСОВ ЗОННОЙ ПЛАСТИНКОЙ

В.Н.Луговой

Получено выражение для поля светового импульса произвольной первоначальной формы с гауссовским первоначальным распределением интенсивности в поперечном сечении, прошедшего через зонную пластинку. Исследовано изменение временной формы и длительности этого импульса в области фокуса зонной пластинки. На этой основе указана возможность оценки длительности достаточно коротких световых импульсов.

Как известно, прохождение параллельного стационарного во времени светового пучка через зонную пластинку (например, систему концентрических чередующихся между собой прозрачных и непрозрачных кольцевых зон – зон Френеля) подобно прохождению этого пучка через фокусирующую (расфокусирующую) линзу. Ниже рассмотрено прохождение через зонную пластинку световых импульсов и показано, что при достаточно малой длительности этих импульсов фокусировка зонной пластинкой и линзой принципиально различаются между собой. Особенности фокусировки зонной пластинкой могут быть использованы для оценки длительности сверхкоротких световых импульсов.

Рассмотрим для определенности прохождение параллельного линейно поляризованного гауссовского пучка с временной огибающей $f(t)$ и фазой $\phi(t)$ через пластинку с непрерывным переходом между прозрачными и непрозрачными зонами, расположенную в плоскости $z = 0$. В этом случае граничное условие при $z = 0$ для поперечной компоненты электрического поля можно записать в виде

$$\mathcal{E}\Big|_{z=0} = f(t)\, e^{-\frac{r_\perp^2}{2a_0^2}} \left[1 + m\cos\left(\frac{kr_\perp^2}{2R}\right)\right]\cos\left[\Omega t - \phi(t)\right]. \qquad (1)$$

Здесь $r_\perp = \sqrt{x^2 + y^2}$ – отклонение от оси пучка, a_0 – начальный радиус этого пучка, $k = \Omega/c = 2\pi/\lambda$, c – скорость света в рассматриваемой среде, Ω – "центральная" частота колебаний поля в пучке, λ – отвечающая этой частоте длина волны в среде, параметр $R > 0$ определяет положение фокусного пятна по оси z. Будем исходить из уравнения

$$\Delta\mathcal{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathcal{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad (2)$$

(в области $z > 0$) с граничным условием (1) и условием излучения при $\sqrt{z^2 + r_\perp^2} \to \infty$. При этом ограничимся наиболее интересным с практической точки зрения случаем

$$\lambda \ll a_0 \ll R. \qquad (3)$$

Опуская промежуточные выкладки, приведем выражение для $\mathcal{E}$, справедливое при условиях (3):

$$\mathcal{E} = \mathrm{Re} E, \quad E = E^+ + E^\circ + E^- ,$$

$$E^+ \equiv E^+(R) = \frac{m}{4\pi} e^{-i\Omega\theta} \int_{-\infty}^{\infty} F(u) \frac{u+\Omega}{u+q} \exp\left[-iu\theta - \mu r_\perp^2 \frac{u+\Omega}{u+q}\right] du, \quad (4)$$

$$\theta = t - \frac{z}{c}, \quad q = \Omega\left(1 - \frac{z}{R}\right) + i\frac{z\Omega}{ka_0^2}, \quad \mu = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a_0^2} + \frac{ik}{R}\right),$$

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp\{i[ut + \phi(t)]\} dt, \quad E^- \equiv E^-(R) = E^+(-R),$$

$$E^\circ = E^+(\infty) m^{-1}.$$

Три слагаемых в этом выражении описывают сфокусированную (E^+), несфокусированную (E°) и расфокусированную (E^-) части светового потока, прошедшего через зонную пластинку. Рассмотрим выражение для E^+. При $\Delta\omega/\Omega << 1$ (где $\Delta\omega$ – ширина спектра падающего импульса) на оси пучка ($r_\perp = 0$) E^+ можно преобразовать к виду

$$E^+ \approx \frac{m\Omega}{2i} e^{-i\Omega\theta} \int_{-\infty}^{\theta} e^{-iq(\theta' - \theta) + i\phi(\theta')} f(\theta') d\theta'. \quad (5)$$

Из (5) видно, что при условии

$$\Delta\omega \gtrsim \Omega \frac{R}{ka_0^2} \quad (6)$$

фокусировка зонной пластинкой существенно отличается от фокусировки соответствующей линзой.

Рассмотрим сначала одиночный падающий импульс первоначальной длительности τ_0 без фазовой модуляции ($\phi(t) \equiv 0$)[1]. Из равенства (5) при условии (6) вытекает, что в области фокуса ($z \approx R$) импульс (даже первоначально симметричный) становится несимметричным во времени. Соответствующий световой цуг имеет более крутой передний и более пологий задний фронт. При более сильном условии

$$\tau_0 << \frac{a_0^2}{cR} \quad (7)$$

световой цуг в области фокуса резко асимметричен: пространственный масштаб переднего фронта составляет величину $c\tau_0$, для заднего фронта соответствующая величина есть a_0^2/R. Поэтому трек двухфотонной лю-

---

[1] Здесь и ниже мы имеем ввиду практически наиболее интересный случай, когда ширина спектра падающего излучения обусловлена временным ходом огибающей $f(t)$. Установить это не представляет труда, например, путем сопоставления ширины спектра падающего излучения и продольного размера рельефа в треке двухфотонной люминесценции двух одинаковых (не фокусированных зонной пластинкой) встречных потоков.

минесценции двух встречных импульсов – несфокусированного и сфокусированного зонной пластинкой, – перекрывающихся в фокальной области, будет иметь рельеф в этой области с теми же особенностями, что и указанный световой цуг (на интервале a_0^2/R будет одна "ступенька" с масштабом $c\tau_0$)[1]. Как видно из (5) падающий импульс можно считать одиночным при условии, что временной интервал до соседнего импульса заметно превышает величину a_0^2/cR. Если же интервалы между соседними импульсами меньше или порядка a_0^2/cR, то как легко убедиться с помощью (5), характер рельефа в рассматриваемом треке качественно изменяется по сравнению со случаем одиночного импульса (на интервале a_0^2/R возникает несколько "ступенек" с масштабом $c\tau_0$). Рассмотрим далее случай, когда падающее излучение представляет собой стационарный случайный процесс с огибающей $f(t)$ и фазой $\phi(t)$ и характерным временем корреляции τ_k для флуктуаций огибающей, удовлетворяющим условию $\tau_k << a_0^2/cR$. В этом случае типичная реализация случайного процесса содержит на интервале a_0^2/cR много (несколько) пиков интенсивности (с длительностью каждого пика порядка τ_k) и поэтому данные пики не являются одиночными. Рассмотрим трек двухфотонной люминесценции несфокусированного и сфокусированного зонной пластинкой встречных потоков при том же соотношении их средних (за время a_0^2/cR) интенсивностей, которое обеспечивает наиболее выраженный рельеф в этом треке в случае одиночного импульса длительности $\tau_0 = \tau_k$. Как видно из (5), значения флуктуаций огибающей в области фокуса практически независимы от соответствующих значений $f(\theta)$, также как независимы между собой стационарный случайный процесс и интеграл от него. Поэтому рассматриваемый трек вообще не будет иметь заметного рельефа по сравнению с рельефом от одиночного импульса.

Таким образом, применение зонной пластинки позволяет по виду рельефа рассматриваемого трека двухфотонной люминесценции оценить длительность τ_0 одиночного импульса и отличить случай одиночного импульса на интервале $a_0^2/cR >> \tau_0$ от случая двух и больше импульсов на этом интервале и от случая стационарного случайного процесса падающего излучения.

Приведем еще соотношения, определяющие для одиночного импульса без фазовой модуляции при условии (7) максимально достижимую величину плотности энергии $I_ф$ в фокальной области и значение $d_ф$ диаметра фокального пятна:

$$I_ф \sim \frac{m^2}{8(1+m)^2}(\Omega\tau_0)^2 I_0, \qquad d_ф \sim \frac{1}{2}\sqrt{\frac{R}{c\tau_0}}\,\lambda. \qquad (8)$$

Здесь I_0 – начальная интенсивность на оси пучка. Как видно из (8) фокусировка зонной пластинкой при условии (7) намного менее эффективна, чем фокусировка соответствующей линзой.

---

[1] Чтобы для удобства увеличить размеры самой фокальной области можно использовать пучки, предварительно расфокусированные (фокусированные) обычной линзой и затем фокусированные (расфокусированные) зонной пластинкой.

Рассмотрим численный пример. Примем $d_0 = 3$ *см*, $R = 30$ *см*. Тогда согласно (6) рассматриваемые эффекты проявятся при длительности падающего импульса $\tau_0 \lesssim 3 \cdot 10^{-12}$ *сек*.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
17 декабря 1973 г.