

## НОВАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОННОГО ЭКРАНИРОВАНИЯ ДЛЯ ИОННОГО ДИОДА ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А.В.Гордеев, А.В.Гречиха

Российский научный центр "Курчатовский институт"

123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 30 ноября 1994 г.

После переработки 5 января 1995 г.

Введен в рассмотрение фундаментальный механизм электронного перемешивания, возникающий в результате разрушения ламинарной структуры магнитоизолированного электронного слоя из-за неустойчивостей. Это приводит к образованию плазмоподобной среды с равновесным состоянием  $n_e \sim B$ , что объясняет наблюдаемые в эксперименте и в численных расчетах эффекты падения напряжения на диоде ("voltage decay") и резкого уменьшения фазовой скорости электромагнитных волн в нем. Сравнение развитой теории с экспериментом приводит к эмпирическому факту постоянной скорости накопления электронов в диодном промежутке.

1. Ионные диоды применяются для генерации энергичных ионных пучков, фокусируемых на мишень в задачах инерционного УТС [1-3]. Основные усилия направлены на увеличение энергетики и улучшение качества пучка, поэтому главное внимание в эксперименте и теории направлено на вольт-амперные характеристики и устойчивость диода. Практика показывает, что ионный диод неустойчив, а его вольт-амперные характеристики "плывут" во времени, что обусловлено одной причиной – поведением замагниченных электронов. Описание электронной компоненты – основная проблема в теории ионного диода. Дело в том, что в отличие от классического диода Чайлда-Ленгмюра [4], где электроны свободно ускоряются электрическим полем, ионный диод требует магнитной изоляции электронов, иначе они будут переносить весь ток. Однако магнитная изоляция делает поведение электронной компоненты весьма сложным; первые правильные шаги в ее описании появились лишь после 10 лет теоретических попыток (см.[5,6] и ссылки в них).

Предлагаемая ниже теория основана на том очевидном факте, что ламинарная структура магнитоизолированного электронного слоя в ионном диоде с внешним приложенным магнитным полем неизбежно разрушается под действием электромагнитных неустойчивостей (см. [1-3,5-7] и ссылки в них). Это обязано приводить к накоплению и размещиванию электронов в области магнитной изоляции с резким изменением диодных характеристик.

Наблюдаемое в экспериментах [1-3] падение диодного импеданса по сравнению с ожидаемым законом Чайлда-Ленгмюра было количественно объяснено в работах [5,6] формированием нового, виртуального катода из заселенных электронами магнитных силовых линий, пронизывающих металл катода (рис.1а). Баланс магнитного давления прижатых к аноду силовых линий и электростатического притяжения виртуального катода к аноду дает значение вакуумного зазора  $d$ .

При начальном магнитном поле в диодном зазоре  $B_0$  и расстоянии  $L$  между анодом и катодной фольгой магнитный поток  $F_{vac}$ , отсекаемый бесконечно тонким виртуальным катодом, равен  $F_{vac} = B_{vac}d = B_0d_0$ , где  $d_0$  – начальное

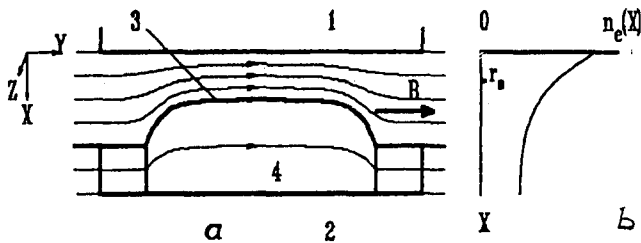


Рис.1. а - Геометрия ионного диода: 1 - анод, 2 - катодная фольга, 3 - виртуальный катод, 4 - область квазинейтральной плазмы; б - профиль электронной плотности в диодном промежутке при  $N \gg 1$

положение виртуального катода. Тогда из условия баланса сил, действующих на электронный слой,

$$B_{\text{vac}}^2 - E_{\text{vac}}^2 = B_{\text{netr}}^2 \quad (1)$$

( $B_{\text{netr}} = B_0(L - d_0)/(L - d)$  - магнитное поле в зарядово нейтральной области) при существенном уменьшении  $d$  следует  $B_{\text{vac}} = E_{\text{vac}}$ . Это означает, что предельный режим  $d \rightarrow 0$  соответствует напряжению  $U^* = 3F_{\text{vac}}/4$  и возрастающей плотности ионного тока

$$J_i = \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \frac{I_A}{18\pi d^2} \left( \frac{2eU^*}{m_e c^2} \right)^{3/2}$$

в соответствии с законом Чайлда-Ленгмюра. Такая модель объясняет импеданс диода при максимальной мощности.

Хотя модель [5,6] превосходно объясняет импеданс диода при максимуме мощности, далее возникают принципиальные трудности. Первая связана с эффектом спада напряжения ("voltage decay"), когда вслед за фазой с максимальной мощностью напряжение резко уменьшается. В работе [6] этот эффект объясняется расширением анодной плазмы, при котором часть вакуумного зазора оказывается занятой плазмой, что уменьшает долю магнитного потока, приходящегося на ускоряющий промежуток. При толщине плазмы  $l$  предельное значение напряжения  $U^* = 3F_{\text{vac}}(1 - l/d)/4$  уменьшается. Вторая трудность состоит в том, что и эксперимент [6] и компьютерный счет [7] показывают резкое (в 5-10 раз) уменьшение частоты диодных неустойчивостей вопреки предполагаемой стационарности картины работы диода [5, 6].

В настоящей работе будет рассмотрена модель, которая согласованно объясняет оба эти эффекта.

2. То, что неустойчивости ведут к частичному разрушению магнитной изоляции, известно давно [8]. Неочевидным является вопрос о возникающем при этом в вакуумном промежутке распределении плотности электронов. Рассматриваемый здесь случай дает возможность ответа на этот вопрос из-за наличия двух малых параметров. Первый - малость характерных частот по сравнению с характерной ларморовской частотой (или, что то же, малость электронного инерционного масштаба по сравнению с размером вакуумного зазора; это соответствует большим напряжениям на вакуумном промежутке:  $eU \gg m_e c^2$ ). Отсюда можно сделать вывод о применимости дрейфового приближения для электронов, что и подтверждается численным счетом (см. например, [6]). Второй малый параметр - это медленность натекания электронов со стенок на магнитные силовые линии виртуального катода по сравнению с их быстрым размещиванием диокотронной неустойчивостью.

Что же будет результатом такого размешивания? Поскольку дрейфовое движение сохраняет отношение  $B/n_e$  для всех лагранжевых частиц, именно

эта величина должна стать однородной в результате размешивания. Квази-стационарное равновесие соответствует постоянному  $B/n_e$  во всем вакуумном зазоре. Таким образом, в отличие от постулированного в [5, 6] состояния  $n_e = \text{const}$  возникает адиабатический закон  $B/n_e = \text{const}$ . Константа  $B/n_e$  медленно меняется из-за натекания электронов, обусловленного их эмиссией с металла катода.

Отметим, что более общее кинетическое обоснование закона  $B/n_e = \text{const}$  связано с существованием адиабатического инварианта  $\mu = p_{\perp}^2/2B$ . Тогда усредненная по продольному движению двумерная кинетическая функция распределения электронов  $f_e(p_x, p_z, x, z)$  из-за размешивания зависит лишь от адиабатического инварианта  $\mu$ :  $f_e = f_e(\mu)$ , и плотность электронной компоненты

$$n_e(x, z) = \int f_e d^2p = 2\pi B \int f_e(\mu) d\mu$$

пропорциональна магнитному полю. При этом существенно, что адиабатический закон  $B/n_e = \text{const}$  получается и при  $\mu \rightarrow 0$ , когда  $f_e(\mu) \sim \delta(\mu)$ . Это соответствует используемому в настоящей работе гидродинамическому подходу. Следует подчеркнуть, что для аккуратного рассмотрения продольного движения в общей трехмерной геометрии нужно учесть наличие еще одного адиабатического инварианта, связанного с осцилляциями частиц вдоль  $B$ .

Основополагающая для всего дальнейшего рассмотрения идея размешивания в диоде, приводящая к  $B/n_e = \text{const}$ , была введена в [9].

Отметим, что близкая идея перестройки равновесия (в конкретном случае квазилинейной диффузии в открытой ловушке) рассматривалась в [10], где кроме  $\mu$  использовался интеграл квазиэнергии электронов, взаимодействующих с волной. Любопытно, что подобный же подход в физике токамаков привел в последнее время к профилю плотности, объясняющему эксперимент, несмотря на наличие сильных столкновений, нарушающих сохранение адиабатического инварианта [11]. Подчеркнем, что в диоде роль столкновений несущественна.

Накопление электронов в вакуумном зазоре приводит к образованию плазмоподобного состояния с экранированием электрического поля на магнитном дебаевском радиусе  $r_B = B/4\pi en_e$ . Действительно, дрейфовое движение электронов

$$E + \frac{1}{c}[\mathbf{v}_e, B] = 0 \quad (2)$$

и уравнение Фарадея

$$\text{rot} B = \frac{4\pi e}{c}(n_i \mathbf{v}_i - n_e \mathbf{v}_e), \quad (3)$$

где пренебрежено медленным ионным движением, приводят к  $E = -r_B \nabla B$ . Подставляя это в уравнение Пуассона

$$\text{div} E = 4\pi e(n_i - n_e) \quad (4)$$

и замечая, что  $4\pi en_e = B/r_B$ , получаем уравнение, описывающее электростатическое экранирование на масштабе  $r_B$

$$r_B \nabla(r_B \nabla B) = -4\pi n_i r_B + B. \quad (5)$$

При  $r_B = \text{const}$  это совпадает с уравнением электростатического экранирования, где вместо обычного дебаевского радиуса стоит магнитный дебаевский

радиус  $r_B$ . Физически масштаб  $r_B$  появляется как результат равновесия электростатического притяжения и магнитного отталкивания.

3. Опишем возникающее в зазоре плазموподобное состояние. Подставляя выражение для плотности заряда ионов

$$en_i = j_i/v_i = \frac{j_i}{\sqrt{(2e/m_i)(U - \Phi)}} \quad (6)$$

в уравнение (5) и проводя обезразмеривание  $b = \Phi/U = B/B_a = n_e/n_{e0}$ ,  $\eta = x/r_B$ ,  $J = j_i/j_0$ , где

$$j_0 = \frac{B_a^{3/2}}{4\pi(2e/m_i r_B)^{1/2}},$$

получим уравнение

$$b''_{\eta^2} = b - \frac{J}{\sqrt{1-b}}. \quad (7)$$

Здесь индекс  $a$  обозначает значение соответствующей величины на анодной плоскости.

Полученное уравнение следует дополнить уравнением эмиссии  $b'_\eta = 0$  на аноде ( $\eta = 0$ ) и уравнением баланса давления  $b^2 - b'^2_\eta = b_0^2$  ( $b_0 = B_{\text{netr}}/B_a$ ) на виртуальном катоде ( $\eta = d/r_B$ ). Двухкратное интегрирование уравнения (7) и учет граничного условия на виртуальном катоде приводят к соотношению

$$\frac{d}{r_B} = \int_{1-1/16J^2}^1 [\Psi(J, b)]^{-1/2} db, \quad (8)$$

где  $\Psi(J, b) \equiv b^2 - 1 + 4J(1-b)^{1/2}$ .

Безразмерные напряжение на диодном промежутке  $u = U/B_a r_B$  и магнитный поток на единицу его длины  $f = F_{\text{vac}}/B_a r_B$ , где

$$F_{\text{vac}} = \int_0^b B dx,$$

принимают вид

$$u(J) = \frac{1}{16J^2}, \quad f(J) = \int_{1-1/16J^2}^1 [\Psi(J, b)]^{-1/2} b db.$$

Поскольку эти соотношения содержат неявный параметр  $J$ , удобно пользоваться ся безразмерной величиной

$$N = \frac{(8\pi)^{1/2} e^{5/4} N_e}{m_i^{1/4} j_i^{1/2} F_{\text{vac}}}, \quad N_e = \int_0^d n_e dx,$$

содержащей лишь явно заданные величины: плотность ионного тока  $j_i$ , магнитный поток  $F_{\text{vac}}$  и количество электронов в диодном промежутке на единицу

его длины  $N_e$ . Нетрудно убедиться, что параметры  $N$  и  $J$  связаны соотношением

$$\frac{f^3(J)}{J^2} = \frac{N^4}{2}.$$

На рис.1b представлен характерный профиль магнитного поля (и плотности) при  $N \gg 1$ . Видно, что в рамках принятой модели  $B/n_e = \text{const}$  плотность электронов и магнитное поле возрастают в 3 раза у анода на масштабе  $r_B$ . Этот результат подтверждается компьютерными расчетами, выполненными в последнее время в лаборатории Сандия (США) [12], где диод описывается трехмерным нестационарным PIC кодом, и расчетами [13], выполненными в Центре исследований Карлсруэ (Германия).

Данная модель позволяет легко вычислить важные при сравнении с экспериментом и численными расчетами величины: отношение предельного напряжения  $U^*$  к магнитному потоку  $F_{vac}$   $\alpha = U^*/F_{vac} = u/f$  (рис.2, кривая  $a$ ) и фазовую скорость возмущений в диоде:

$$u_{ph} = \text{Re} \frac{\omega}{k} = c \text{Re} \frac{\delta U}{\delta F_{vac}},$$

возникающую из уравнения Фарадея в интегральной форме:

$$\partial F_{vac} / \partial t = -c \partial U / \partial z.$$

Рассматривая динамику, медленную по сравнению с характерным ионным временем пролета  $\tau = (m_i d / 2e B_0)^{1/2}$ , мы приходим для  $\omega \tau \ll 1$  к следующему соотношению

$$\frac{u_{ph}}{c} = \text{Re} \frac{-ikct u'(J) + u - 3J u'(J)/2}{-ikct f'(J) + f - 3J f'(J)}. \quad (9)$$

Поведение  $u_{ph}/c$  как функции  $N$  дает кривая  $b$  на рис.2 для случая  $kct \ll 1$  и кривая  $c$  – для случая  $kct \gg 1$ .

Из рис.2 видны спад напряжения ("voltage decay"), наблюдающийся в эксперименте, и резкое падение фазовой скорости возмущений, имеющее место в трехмерном численном счете, при увеличении параметра  $N$ , что отражает накопление электронов в диодном промежутке. Легко понять оба эффекта: при большом  $N$  магнитный дебаевский размер  $r_B$  становится меньше зазора  $d$  и электрические поля в диодном промежутке экранируются и сохраняются лишь в окрестностях анода и виртуального катода на размере порядка  $r_B$ . Представленная теория дает  $d_{eff} = 9r_B/8$ ; это соответствует асимптотике  $u/f \sim N^{-4/3}$ .

Нетрудно объяснить и резкое падение фазовой скорости возмущений при  $N \gg 1$ . В вакуумном случае  $N \ll 1$  обе величины  $F_{vac}$ ,  $U^*$  в уравнении Фарадея  $F'_{vac} + cU'^*_z = 0$  пропорциональны зазору:  $F_{vac} = B_a d$ ,  $U^* = 3B_a d/4$ , и фазовая скорость возмущений равна  $3c/4$ . При  $N \gg 1$  ситуация меняется из-за экранирования. Магнитное поле изменяется лишь вблизи анода и виртуального катода, а в остальной части зазора экспоненциально мало отличается от константы  $B = B_a/3$ : коэффициент  $1/3$  возникает в результате точного решения уравнения экранирования (8) при  $N \gg 1$  и  $d/r_B \gg 1$ ; это видно из того, что интеграл (9) расходится в точке  $b = 1/3$ . Электрическое поле  $E = -r_B \nabla B$  отлично от нуля лишь в области изменения  $B$  вблизи электродов.

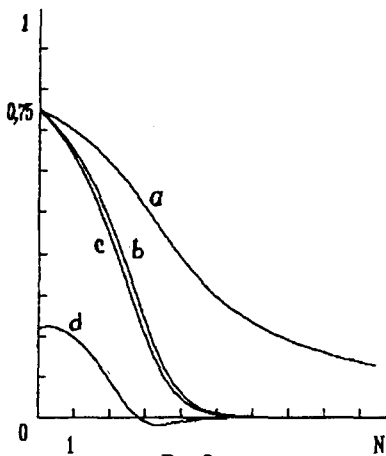


Рис.2

Рис.2. Зависимость основных диодных характеристик от  $N$ :  $a$  – безразмерное предельное напряжение  $\alpha = U^*/F_{vac}$ ;  $b, c$  – безразмерная фазовая скорость возмущений  $u_{ph}/c$  для случаев  $ket \gg 1$  и  $ket < 1$ , соответственно;  $d$  – инкремент длинноволновых возмущений  $\gamma/k^2$  в относительных единицах

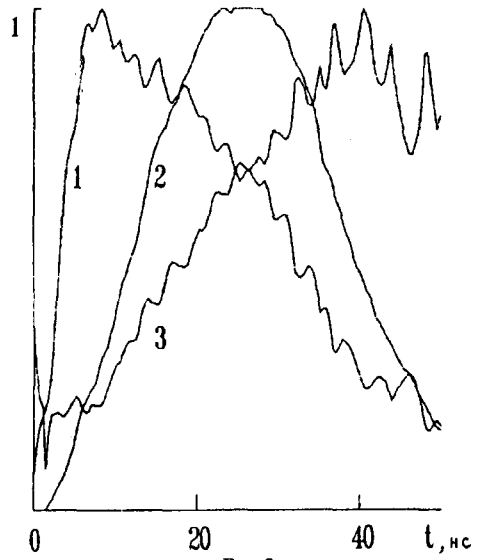


Рис.3

Рис.3. Осциллограммы напряжения  $U$  (1) и тока  $I$  (2) в эксперименте 1047 на установке PROTO-II и восстановленное по ним полное число электронов в зазоре  $N_e(t)$  (3) в относительных единицах. Максимум напряжения соответствует 1,6МВ, а максимум тока – 2,4МА

В результате  $F_{vac}$  с ростом  $d$  растет как  $B_a d/3$ , а напряжение  $U^*$  экспоненциально мало по параметру  $d/r_B$  отличается от константы, что приводит к экспоненциально малой фазовой скорости  $u_{ph}/c = \delta U^*/\delta F_{vac} \sim \exp(-\sqrt{3}d/2r_B)$ .

4. Отметим, что рассматриваемые возмущения, вообще говоря, неустойчивы вблизи  $N = 0$  [14, 15, 10] (случай вакуумного зазора). На рис.2 (кривая  $d$ ) представлена зависимость инкремента от  $N$ , вычисленная в приближении  $\omega\tau \ll 1$  [10, 15]. Устойчивость возмущений при  $N \gg 1$  может быть показана аналитически в результате решения следующей модельной задачи. Рассмотрим виртуальный катод как подвижную границу между двумя зарядово нейтральными областями. Используя условие непрерывности для потоков импульса

$$\{m_i n_i (v_{i\perp}^2 - v_{vc}^2) + \frac{B^2}{8\pi}\} = 0 \quad (10)$$

и вещества

$$\{n_i (v_{i\perp} - v_{vc})\} = 0 \quad (11)$$

и учитывая закон сохранения энергии при движении ионов через виртуальный катод

$$eU_{vac} = \left\{ \frac{m_i (v_i - v_{vc})^2}{2} \right\}, \quad (12)$$

можно получить выражение для напряжения на диоде (см. [16]):

$$U_{\text{vac}} = \frac{B^2}{8\pi en_{0i}} + \frac{(B^2/8\pi)^2}{2em_i^2 i_0^2}, \quad (13)$$

где  $i_0^2 = n_{0i}^2(v_{i0\perp} - v_{vc})^2$ . Здесь фигурные скобки обозначают скачок соответствующей величины на поверхности виртуального катода,  $n_{i0}$  и  $v_{i0\perp}$  – плотность и нормальная компонента скорости ионов, приходящих к плоскости виртуального катода с анода,  $v_{vc}$  – собственная скорость виртуального катода.

Вводя при  $d \gg r_B$  функцию  $d(z, t)$  и подставляя в уравнение (13)  $v_{vc} = d'_z / (1 + d'_z{}^2)^{1/2}$ ,  $v_{i0\perp} = v_{i0} / (1 + d'_z{}^2)^{1/2}$ , можно получить нелинейное уравнение для эволюции виртуального катода:

$$d'_t + \frac{cr_B}{16} \left[ \frac{1 + d'_z{}^2}{(1 - d'_t/v_{i0})^2} \right]' = 0. \quad (14)$$

При  $N \gg 1$  это соответствует декременту

$$\text{Im}\omega = -(k^2 r_B / 8)(c/v_{i0})\nu_{ph} < 0. \quad (15)$$

Отметим, что мы не рассматриваем эффекты, связанные с движением электронов вдоль магнитного поля [17].

5. Перейдем к сравнению модели с экспериментом. Зная захваченный в вакуумный промежуток поток  $F_{\text{vac}}$  и напряжение на диоде  $U(t)$ , легко восстановить величину параметра  $N(t)$  – и, следовательно, количество электронов  $N_e$ , накопившееся в вакуумном промежутке к данному моменту времени:

$$N_e = \text{const}[j_i(t)]^{1/2} N(t),$$

где  $j_i$  – плотность ионного тока в диоде, а константа легко находится из определения параметра  $N$ .

Полученные теоретические результаты полезно сопоставить с экспериментами, выполненными с ионными диодами в различной геометрии [18, 19]. Мы выберем для сравнения результаты эксперимента из работы [18], геометрия которой ближе к рассмотренной выше. На рис.3 приведены осциллограммы тока и напряжения на диоде в эксперименте [18] на установке PROTO-II. Здесь же изображен найденный из них закон роста  $N_e(t)$  с точностью до размерного множителя. Видно, что за максимумом мощности число электронов в промежутке растет в среднем линейно для выбранных законов изменения  $U(t)$  и  $I(t)$ . В рамках представленной теории этот результат выглядит весьма естественным.

В заключение авторы выражают благодарность доктору Г.Блюму (Центр исследований Карлсруэ, Германия) за интерес к работе и полезные обсуждения.

- 
1. R.N.Sudan and R.V.Lovelace, Phys. Rev. Lett. **31**, 1174 (1973).
  2. P.L.Dricke, C.Eichenberger, S. Hamphries, Jr. and R.N.Sudan, J. Appl. Phys. **47**, 85 (1977).
  3. D.J.Johnson, R.J.Leeper, W.A.Stygar et al., J. Appl. Phys. **58**, 12 (1985).
  4. C.D.Child, Phys. Rev. **32**, 492 (1911); I.Langmuir, Phys. Rev. **2**, 450 (1913).
  5. M.P.Desjarlais, Phys. Rev. Lett. **59**, 2295 (1987).
  6. M.P.Desjarlais, Phys. Fluids B **1**, 8 (1989).

7. M.P.Desjarlais, T.D.Pointon, D.B.Seidel et al., Phys. Rev. Lett. **67**, 3094 (1991).
8. Л.И.Рудаков, М.В.Бабыкин, А.В.Гордеев и др. Генерация и фокусировка сильнооточных релятивистских электронных пучков. Под ред. Л.И.Рудакова. Москва, Энергоатомиздат, 1990, с.280.
9. A.V.Gordeev and A.V.Grechikha, preprint IAE-5742/6, Moscow, RRC, 1994.
10. В.П.Пастухов, Физика плазмы **6**, 1003 (1980).
11. В.В.Яньков, Письма в ЖЭТФ **60**, 169 (1994).
12. T.D.Pointon, M.P.Desjarlais, D.B.Seidel et al., Phys. Plasmas, **1**, 429 (1994).
13. T.Westermann and R. Schuldt, Phys. Fluids B **5**, 4408 (1993).
14. T.M.Antonsen, Jr., W.H.Miner, E.Ott and A.T.Drobot, Phys. Fluids **27**, 1257 (1984).
15. A.V.Gordeev and A.V.Grechikha, КИК internal report, 1993, unpublished.
16. А.В.Гордеев, А.В.Гречиха, А.В.Гулин и О.М.Дроздова, Физика плазмы **17**, 650 (1991).
17. R.N.Sudan and D.W.Longcope, Phys. Fluids B **5**, 1614 (1993).
18. D.J.Johnson, E.J.T.Burns, A.V.Farnsworth, Jr. et al., J. Appl. Phys. **53**, 4579 (1982).
19. H.Bluhm, H.Laqua, L.Buth et al., IEEE Trans. of Plasma Science **21**, 560 (1993).