

КОНФОРМНАЯ ГРУППА И ХИМИЧЕСКОЕ СРОДСТВО

А.И.Фет

1. Групповое описание системы химических элементов было предложено в [5], где в качестве группы симметрии была взята универсальная накрывающая группы $SO(4)$. Там же в качестве пространства представления было использовано пространство \mathcal{H} двухкомпонентных функций Фока ψ_i ($\xi^1, \xi^2, \xi^3, \xi^4$), $i = 1, 2$, $\Sigma(\xi^a)^2 = 1$. В [2] для той же цели была применена конформная группа¹⁾.

Выберем в качестве группы симметрии $G = SU(2) \times S\tilde{O}(4, 2)$, где $S\tilde{O}(4, 2)$ — универсальная накрывающая конформной группы. Алгебра Ли AG порождается 18-ю образующими Яо ([6], I, 1933 - 1934) $J_\alpha, K_\alpha, \mathcal{P}_\alpha, Q_\alpha, S_\alpha, T_\alpha$ ($\alpha = 1, 2, 3$) связанными тремя соотношениями, а также образующими s_α группы спина $SU(2)$. Представляя s_α матрицами Паули, а образующие Яо операторами представления \mathcal{E}^+ ([6], II, 1625), получаем неприводимое унитарное представление η группы G в пространстве \mathcal{H} . η задает *хулоновскую систему* (ср. [5]).

2. В G рассматриваются подгруппы $SU(2)_C, SU(2)_M$, накрывающие группы собственных вращений подпространств $(\xi^1, \xi^3, \xi^4), (\xi^1, \xi^2, \xi^3)$. В \mathcal{H} выбирается базис C из собственных векторов $|n, \lambda, \mu, s_3\rangle$ операторов $R_0 = \mathcal{P}_0 + Q_0 = S_3 + T_0, C_C, N_1 = I_1 + K_1, s_3$, где C_C — оператор Казимира подгруппы $SU(2)_C$, а соответственные собственные значения равны $n, \lambda(\lambda + 1), \mu, s_3$. Аналогичный базис $|n, l, m, s_3\rangle$ строится для $SU(2)_M$.

Оператор "химического" нарушения симметрии A (оператор атомного номера) имеет собственные значения

$$A = \frac{1}{6} d(d^2 - 1) + \frac{(d+1)^2}{2} - \kappa(d) \frac{1}{2}(d+1) - 2(\lambda^2 + 1) + 2\mu + s_3 + \frac{3}{2}, \quad (1)$$

¹⁾ Во время подготовки к печати этой работы нам стало известно, что одновременно с [2] конформная группа была применена к этому вопросу Барутом (Structure of Matter, Rutherford Centennial Symposium, New Zealand, 1972).

где

$$d = n + \lambda, \quad \kappa(d) = \begin{cases} 0 & \text{при нечетном } d, \\ 1 & \text{при четном } d. \end{cases}$$

Собственные значения A (все простые) равны $1, 2, \dots$. Вектор $|n, \lambda, \mu, s_3\rangle$ считается состоянием кулоновской системы, соответствующим атому с атомным номером [1].

Аналогично строится базис M для подгруппы $SU(2)_M$ и оператор "механического" нарушения симметрии A^* . Считается, что это нарушение мало по сравнению с химическим; ср. гиперзарядовое и зарядовое расщепление масс в $SU(3)$ -теории.

3. При таком расположении элементов можно заметить, что химические аналоги располагаются по горизонталям, т. е. различаются лишь значением n . Объяснение этого факта можно найти, воспользовавшись аналогией с $SU(6)$ -теорией. В 35-плете мезонов и в 56-плете барионов (см., например, [4], §§15.1A, 15.2A) ближайшими аналогами являются "частицы", различающиеся только проекцией спина J_3 (в $SU(6)$ -мультиплетах они считаются разными состояниями 35- и 56-плета). Операторы $J_{\pm} = J_1 \pm iJ_2$, принадлежащие комплексной оболочке алгебры Ли группы $SU(6)$, переводят друг в друга эти "частицы". Эти операторы перестановочны с операторами алгебры Ли подгруппы $SU(3)$. Точно так же, для разыскания химических аналогов следует воспользоваться операторами из комплексной оболочки алгебры Ли AG , перестановочными с операторами подалгебры $ASU(2)_C$. Такими операторами являются

$$C_{\pm} = \mathcal{P}_{\pm} + Q_{\pm} \mathcal{P}_{\pm} = \mathcal{P}_1 \pm i \mathcal{P}_2, \quad Q_{\pm} = Q_1 \pm i Q_2. \quad (2)$$

Поскольку $[R_0, C_{\pm}] = \pm C_{\pm}$, операторы (2) изменяют квантовое число n на ± 1 , не меняя λ, μ, s_3 ; мы называем их *операторами химического сродства*.

4. Операторы A, A^* , не перестановочны; базисы C, M не содержат общих векторов. Если формально "снять" химическое нарушение симметрии, оставив "механическое", то кулоновская система может быть отождествлена с атомом водорода, способным находиться в энергетических состояниях $|n, l, m, s_3\rangle$ (ср. [1], [3]).

Институт неорганической химии
Академии наук СССР
Сибирское отделение

Поступила в редакцию
16 мая 1974 г.

Литература

- [1] А. О. Barut, Н. Kleinert. Phys. Rev., 156, 1541, 1967; 157, 1180, 1967.
- [2] Б. Г. Конопельченко. Группа $SO(2,4) + R$ и таблица Менделеева. Препринт Инст. Ядерной физики СО АН СССР, Новосибирск, 1972.
- [3] И. А. Малкин, В. И. Манько. Письма в ЖЭТФ, 2, 230, 1965; ЯФ, 9, 184, 1969.

- [4] Ю.Б.Румер, А.И.Фет. Теория унитарной симметрии. М., 1970.
- [5] Ю.Б.Румер, А.И.Фет. Теоретич. и математ. физика, 9, 203, 1971.
- [6] Tzu Yao. J. Math. Phys., 8, 1931, 1967; 9, 1615, 1968.
-