Письма в ЖЭТФ, том 20, вып. 6, стр. 386 – 389 20 августа 1974 г.

ВКЛАД ПАРАМАГНОНОВ В СВОБОДНУЮ ЭНЕРГИЮ He^3

А.И.Ларкин, В.И.Мельников

Вычислена и сопоставлена с экспериментом температурная зависимость парамагнонной добавки в теплоемкость нормального He^3. Дана оценка относительного вклада парамагнонов в свободную энергию сверхтекучего He^3.

В He^3 теплоемкость выходит на линейный закон лишь при температурах, меньших 0,1°К [1],что значительно меньше энергии Ферми. Сильное отклонение от линейного закона объяснимо, если учесть, что He^3 является почти ферромагнитной ферми-жидкостью. Температурную зависимость теплоемкости можно выразить через два подгоночных параметра, один из которых находится по величине магнитной восприимчивости, а другой – по ее пространственной дисперсии. Эти же параметры определяют поправку к свободной энергии сверхтекучего состояния.

Обменная амплитуда рассеяния частиц почти магнитной ферми-жидкости имеет вид

$$\Gamma^k = - \frac{1}{1 + F + (ak)^2}, \tag{1}$$

где малость $1 + F$ определяет близость к ферромагнитному переходу, k – суммарный импульс частицы и дырки. Коэффициент a не выражается через параметры ферми-жидкости и по порядку величины равен межатомному расстоянию.

При вычислении парамагнонной добавки к свободной энергии следует отсуммировать кольцевые диаграммы, которые содержат максимальное число амплитуд Γ^k с одним и тем же k. В результате получим для добавки к свободной энергии

$$\delta F = \frac{1}{2} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \mathrm{Sp}\, T \sum_{\omega} \ln (1 + \Gamma^k \delta \hat{\Pi}(\omega, k)), \tag{2}$$

где $\delta\hat{\Pi}$ – добавка к статическому значению поляризационного оператора, шпур берется по индексам матрицы $\delta\hat{\Pi}$.

В нормальном состоянии

$$\delta\Pi_{ij} = -\delta_{ij}\pi|\omega|/2kv\ , \tag{3}$$

и формула (2) принимает вид

$$\delta F = \frac{3}{2}\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}T\sum_n \ln\left[1+F+(ak)^2+\frac{\pi^2|n|T}{kv}\right]. \tag{4}$$

Из выражения (4) следует вычесть член, независящий от температуры, и член, пропорциональный T^2, который дает перенормировку в линейном законе теплоемкости. Выражение (4) можно рассматривать как свободную энергию газа возбуждений бозевского типа – парамагнонов.

После выполнения суммирования по n и дифференцирования по T, для полной теплоемкости $C(T)$ получаем выражение

$$\frac{C(T)}{T} = \frac{1}{3}m^*p_F\left[1-\frac{1}{(ap_F)^2}f(t)\right];\quad t = \frac{\pi^2 aT}{2(1+F)^{3/2}v} \tag{5}$$

Функция

$$f(t) = \frac{9}{4}\int_0^\infty\left[\frac{1}{3}-\frac{\lambda t\,\mathrm{cth}\,\lambda t - 1}{\mathrm{sh}^2\lambda t}\right]d\lambda\int_0^\infty e^{-\lambda(q+q^3)}q^2\,dq\ , \tag{6}$$

определяющая относительный вклад парамагнонов в теплоемкость, приведена на рисунке.

При высоких температурах

$$f(t) = \frac{1}{4}\left[\ln\frac{t}{\pi}+\frac{\zeta'(2)}{\zeta(2)}+\frac{3}{2}+\psi(1)+\right.$$

$$\left.+2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!}\frac{2n-4}{3}\Gamma\left(\frac{n+1}{3}\right)\Gamma\left(\frac{2n+2}{3}\right)\zeta\left(\frac{2n-1}{3}\right)\left(\frac{1}{2t}\right)^{(2n+2)/3}\right], \tag{7}$$

где $\psi(x)$ – логарифмическая производная $\Gamma(x)$, $\zeta(x)$ – дзета-функция Римана.

При низких температурах

$$f(t) = \frac{9}{4}t^2\sum_{n=0}^{\infty}t^{2n}\frac{(3n+2)!\,2^{2n+3}B_{n+2}}{n!(2n+2)!}\times$$

$$\times\left[\ln\frac{\pi}{t}-\frac{\zeta'(2n+4)}{\zeta(2n+4)}-\frac{4n+7}{(2n+3)(2n+4)}-\frac{3}{2}\psi(3n+3)+\frac{1}{2}\psi(n+1)\right],$$

где B_n – числа Бернулли. Первый член этого разложения дает вклад в теплоемкость вида $T^3 \ln T$ [2], однако низкотемпературная асимптотика функции $f(t)$ существует лишь в области $t \lesssim 0{,}1$.

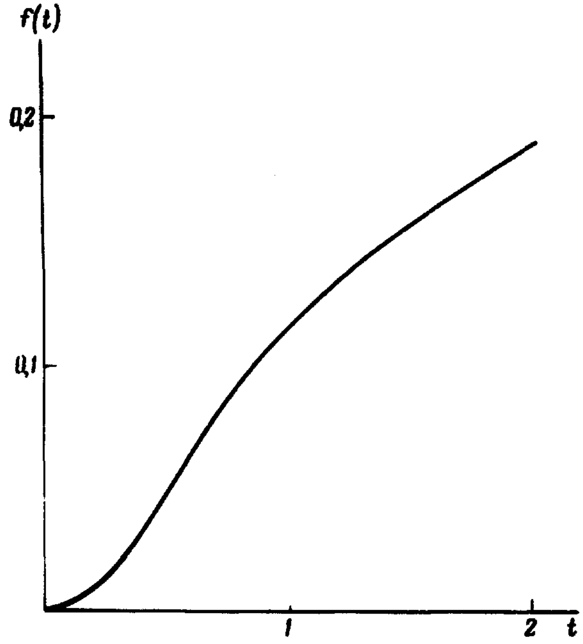
В области от $t = 0{,}2$ до $t = 1$ функция $f(t)$ с хорошей точностью является прямой с наклоном 0,13. На эксперименте [1] в области температур от 0,01 до 0,05°К величина $C(T)/T$ убывает линейно по закону $C(T)/T \sim (1 - 4{,}8T)$. Сопоставляя указанные наклоны, получим

$$\frac{1}{a p_F (1+F)^{3/2} \epsilon_F} \approx 15°\mathrm{K}^{-1}. \qquad (9)$$

Эксперименты по восприимчивости дают $1 + F \approx 0{,}25$, так что

$$(a p_F)^2 \approx 0{,}36. \qquad (10)$$

В лестничном приближении $(a p_F)^2 = 1/12$, однако для вычисления $(a p_F)^2$ лестничное приближение неприменимо. Более сложные диаграммы и области далекие от поверхности Ферми, вносят большой вклад, так что $a p_F$ следует, как мы это и делаем, считать подгоночным параметром.



При указанных значениях параметров закон $C - \gamma T \sim T^3 \ln T$ справедлив для температур, меньших сотой градуса. Из-за сверхтекучего перехода эта область может вообще не существовать.

Формула (5) справедлива пока относительная величина парамагнонной добавки в теплоемкость мала, так как при ее выводе не учитывалась зависимость эффективной массы от температуры и энергии. На эксперименте величина $C(T)/T$ меняется в два раза при изменении T от 0 до 0,1°К, поэтому при $T > 0{,}05$°К сравнивать формулу (5) с экспериментом не имеет смысла.

Обсудим влияние парамагнонов на свойства сверхтекучего He^3. Соответствующие вычисления сделаны в работе Бринкмана, Андерсона и Серена [3]. Относительный вклад парамагнонов в разность свободных энергий дается в наших обозначениях величиной

$$\delta = \frac{\Delta F^s_{BW}}{F_{AM} - F_{BW}} = \frac{150\pi^3}{56\zeta(3)} \frac{T_c}{\epsilon_F a p_F} \left(\frac{F}{1+F}\right)^{3/2}. \qquad (10)$$

В работе [3] для оценок использовано значение $(a p_F)^2 = 1/12$ и получено $\delta = 3$, что значительно превышает оценку δ по экспериментальным данным. Подставляя найденное нами значение $a p_F = 0{,}6$, получим $\delta = 1{,}5$. Такое значение δ лучше согласуется с экспериментом.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
16 июля 1974 г.

Литература

[1] W.R.Abel, A.C.Anderson, W.C.Black, J.C.Wheatley. Phys. Rev., 147, 111, 1966.

[2] S.Doniach, S.Engelsberg. Phys. Rev. Lett., 17, 750, 1966.

[3] W.F.Brinkman, P.W.Anderson. J.Serene. Preprint.