Письма в ЖЭТФ, том 20, вып. 8, стр. 544 – 548 20 октября 1974 г.

О ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПЛАЗМЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

А.Г.Литвак, В.Ю.Трахтенгерц, Т.Н.Федсеева, Г.М.Фрайман

Аналитически и с помощью вычислений на ЭВМ показано, что стабилизация параметрической неустойчивости ленгмюровских колебаний в сильных высокочастотных полях может осуществляться в результате генерации сфазированных пространственных гармоник поля неустойчивых колебаний.

В связи с проблемой конденсации ленгмюровских волн в области малых волновых векторов k в последнее время широко обсуждаются возможные режимы сильной ленгмюровской турбулентности [1 – 4], реализуемые при достаточно большом отношении плотности энергии волн W к плотности тепловой энергии плазмы

$$\frac{W}{NT_e} > (k r_D)^2 . \qquad (1)$$

Здесь N, T_e, r_D – плотность, температура и дебаевский радиус электронов. В случае выполнения неравенства (1) появляется возможность нелинейного стока энергии ленгмюровской турбулентности в мелкие масштабы.

Можно представить два предельных режима сильной турбулентности. Во-первых турбулентность – как газ слабо взаимодействующих ленгмюровских солитонов (развитие этой идеи предпринято в [4]) и, во-вторых, – "динамическая" турбулентность. В последнем случае, который и исследуется ниже, перекачка энергии по спектру осуществляется за счет взаимодействия сфазированных пространтсвенных гармоник поля. Система уравнений, описывающих токое взаимодействие, состоит из параболического уравнения для амплитуды поля плазменных колебаний $E(x, t)\, e^{i\omega_p t}$ и волнового уравнения для малых возмущений плотности плазмы.

В одномерном случае эта система при заданном в плазме внешнем однородном электрическо поле $E = E_0 \exp(i\omega_0 t)$ имеет вид

$$
\begin{aligned}
&- 2i \frac{\partial A_1}{\partial t} + \frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} - nA_1 = nA_0 \exp\{i\Omega t\}\ , \\
&\frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 n}{\partial t^2} - \Gamma \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 |A_1|^2}{\partial x^2} + A_0 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\{A_1^{\circ} e^{i\Omega t} + \text{к. с.}\}.
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Здесь введены безразмерные переменные $x_M = x(3r_D\sqrt{g})^{-1}$; $t_M = \dfrac{\omega_p t}{3g}$; $A_{1,0} = E_{1,0}(16\pi N T_e/3g)^{-1/2}$; $n = 3g\dfrac{\delta n}{N_e}$; $g = \dfrac{T_e}{T_e + T_i}\dfrac{M}{m}u^2$,

T_e и T_i – температуры электронов и ионов, u – параметр подобия (безразмерная скорость звука), Γ – коэффициент, введенный для удобства вычислений ($\Gamma = 0{,}1$), $A_0 = \text{const}$, $\Omega = \omega_0 - \omega_p$. Система уравнений (2), вообще говоря, не консервативна за исключением случая нулевой расстройки $\Omega = 0$ и описывает как модифицированные распады, так и модуляционную неустойчивость в плазме. Уравнения (2) при $\Omega = 0$ соответствуют также и задаче с начальными условиями в отсутствие внешнего источника, если под A_1 понимать амплитуду плазменных колебаний за вычетом заданной в начальный момент однородной составляющей поля A_0. Система (2) решалась на ЭВМ с периодическими краевыми условиями

$$
\begin{aligned}
&E(x = -b) = E(x = e); \qquad \frac{\partial E}{\partial x}(x = -l) = \frac{\partial E}{\partial x}(x = l); \\
&n(x = -l) = n(x = e); \qquad \frac{\partial n}{\partial x}(x = -l) = \frac{\partial n}{\partial x}(x = l).
\end{aligned}
\tag{3}
$$

В печать
Шабеев 4.I.79

Численные эксперименты проводились при довольно широком наборе значений параметров и начальных условий задачи. Обсудим, в частности, решение задачи с начальными условиями в отсутствие внешнего источника ($\Omega = 0$). Начальное поле представлялось в виде суммы однородного высокочастотного поля относительно большой амплитуды A_0 и пространственно периодических кратных гармоник с малой энергией и произвольными начальными фазами. Типичные результаты решения приведены на рис. 1 – 3. Как видно из рис. 2, сначала имеет место фазировка взаимодействия и экспоненциальный рост гармоник,

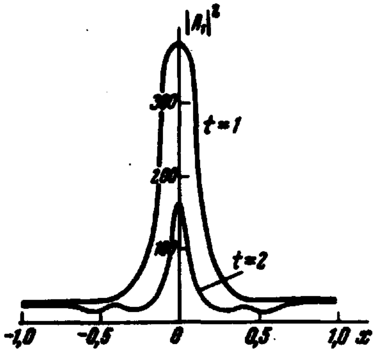

Рис. 1

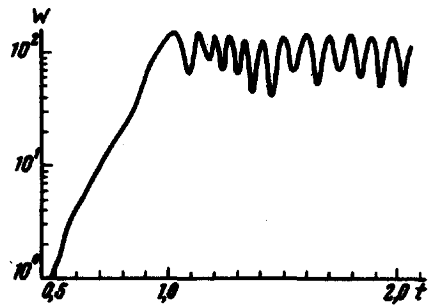

Рис. 2

соответствующий линейной стадии неустойчивости. Затем рост сменяется квазипериодическим сильно нелинейным режимом. При одной и той же начальной амплитуде однородного поля поведение суммарной плотности энергии (рис. 2) плазменных волн во времени слабо зависит от конкретного вида начальных условий. На фазе насыщения в динамическом режиме формируется универсальный средний по времени спектр пространственных масштабов плазменных волн $|A_k|^2 \sim k^{-2}$ (рис. 3) с резким обрезанием при некотором k_{max}, что аналогично результатам численных экспериментов [3].

Важные характеристики решения для случая начальной задачи[1] могут быть найдены и наналитически, при использовании интегралов движения системы (2) ($\Omega = 0$)

$$J_1 = \int_{-e}^{l} |A_1 + A_0|^2 \, dx \, . \tag{4}$$

$$J_2 = \int_{-l}^{l} \left|\frac{\partial A_1}{\partial x}\right|^2 - n\,|A_1 + A_0|^2 + \frac{n^2}{2} + \frac{v^2}{2} \, dx, \tag{5}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0.$$

---

[1] Сюда же относится случай с отличной от нуля накачкой $A_0 \neq 0$ при нулевой отстройке $\Omega = 0$ в (2).

Первый интеграл позволяет оценить сверху среднюю плотность энергии возмущения ($\overline{W} = (1/2l)\int_{-l}^{l} |A_1|^2 dx$)

$$\overline{W} \lesssim 4\overline{A_o^2}. \tag{6}$$

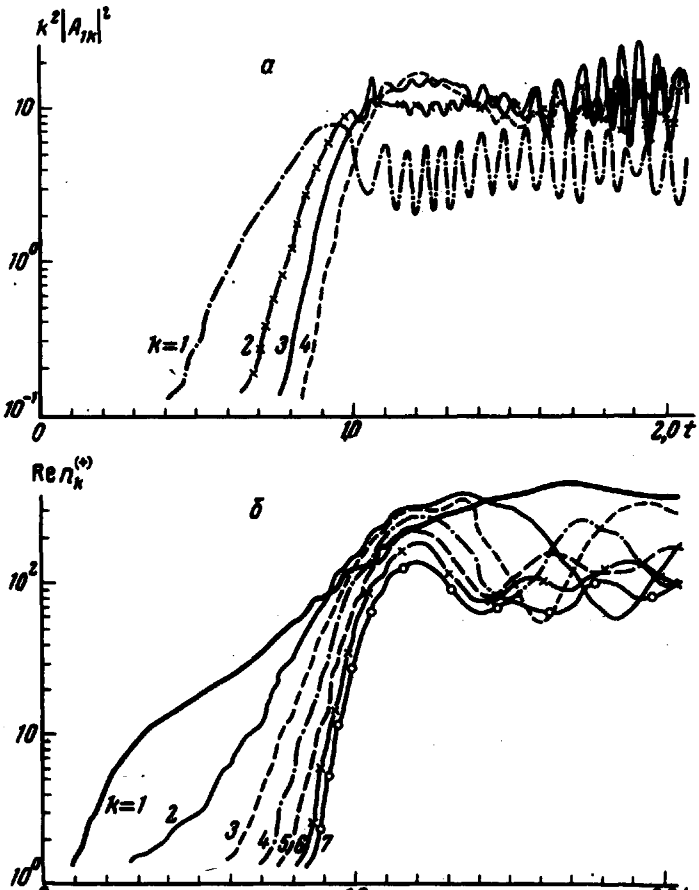

Рис. 3

Из второго можно получить строгую оценку для максимальной амплитуды поля колебаний

$$|A_1|^2_{max} \lesssim 2A_o^4\, l^2 \left[1 + 0\left(\frac{1}{A_o^2 l}\right)\right]. \tag{7}$$

Из (6) и (7) значение максимального волнового числа в спектре ленгмюровских волн

$$\frac{k_{max}}{k_o} \sim \frac{l}{l_{min}} \sim \frac{A_o^2 l}{2} \tag{8}$$

Результаты численного счета по порядку величины согласуются с оценками (6) – (8) (см. рис. 2).

В случае, когда энергия I_1 полного поля не сохраняется, например, при параметрической неустойчивости в поле внешней волны с $\Omega \neq 0$, оценки (6) и (7) не справедливы. Однако численные расчеты (на конечном промежутке времени $t \sim 6u^2 (M/m)(1/\omega_p) T_e/(T_e + T_i)$) свидетельствуют, что и здесь развитие неустойчивости происходит аналогично, т.е. на некоторой стадии источник как бы "отключается", и в дальнейшем распределение поля и плотность энергии волн осциллирует около средних величин.

В заключение отметим, что в случаях, когда процесс генерации сфазированных пространственных гармоник играет существенную роль, функция распределения электронов по скоростям должна при определенных условиях содержать группы быстрых частиц с кратными скоростями. Подобные группы частиц наблюдались в экспериментах по параметрической неустойчивости [5] и могут служить косвенным свидетельством правильности рассматриваемой динамической модели.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию 21 августа 1974 г.

Литература

[1] В.Е.Захаров. ЖЭТФ, 62, 147, 1972.

[2] А.Г.Литвак, Г.М.Фрайман, А.Д.Юнаковский. Письма в ЖЭТФ, 19, 23, 1974.

[3] J.J.Thomson, R.J.Faehl, W.L.Kruer. Phys. Rev. Lett., 31, 918, 1973.

[4] Л.М.Дегтярев, В.Г.Маханьков, Л.И.Рудаков. Препринт №18, ИПМ АН, 1974 г.

[5] Г.М.Батанов, К.А.Сарксян. Труды ФИАН, 73, 104, 1973.