Письма в ЖЭТФ, том 20, вып. 8, стр. 548 – 551 *20 октября 1974 г*

ВЫСОКОЧАСТОТНОЕ ПОВЕДЕНИЕ АМПЛИТУДЫ НЕСТАЦИОНАРНОГО ДЖОЗЕФСОНОВСКОГО ТОКА

Л.Л.Малиновский

Определен спектр элементарных возбуждений в сверхпроводнике в области частот, не ограниченной дебаевской. На его основе рассчитана спектральная характеристика туннельного джозефсоновского тока.

Детальное теоретическое описание нестационарного эффекта Джозефсона при напряжении за суммарной энергетической щелью контактирующих сверхпроводников проведено в работах [1, 2]. В работах [3–6] эффект наблюдался в эксперименте.

В данной работе в модели электрон-фононного взаимодействия получено более резкое падение амплитуды джозефсоновского тока при частотах выше предельной частоты фононного спектра в металле.

Спектральная характеристика ("амплитуда"[1]) туннельного джозефсоновского тока между сверхпроводниками 1 и 2 имеет вид [2]

$$j(\omega) = \frac{1}{2\pi^2 eR} \sum_{i \neq j = 1}^{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \, \mathrm{th}\frac{\omega'}{2kT} F_i^R(\omega' + \omega)\, \mathrm{Im} F_j^R(\omega'), \tag{1}$$

где

$$F(\omega) = \frac{1}{4\pi m p_F} \int d\mathbf{p}\, F(\mathbf{p}, \omega), \quad F^R(\mathbf{p}, \omega) = \begin{cases} F(\mathbf{p}, \omega), & \omega > 0 \\ F^*(\mathbf{p}, \omega), & \omega < 0 \end{cases}$$

$F(\mathbf{p}, \omega)$ по форме записи совпадает с фурье-компонентой функции Горькова при температуре абсолютного нуля [7], но с $\Delta_0(T)$ (см. ниже), R – сопротивление джозефсоновского контакта в нормальном состоянии, p_F – импульс электрона на уровне Ферми.

Для $F(\mathbf{p}, \omega)$ изолированного чистого сверхпроводника при абсолютном нуле температур в первом приближении по вершинной части имеют место уравнения [7]. Найдем приближенное решение уравнений для $\overline{F}_\omega$, $\overline{G}_\omega$ с функцией Грина невзаимодействующих фононов $D^{(0)}(\mathbf{k}, \omega) = u^2\mathbf{k}^2[\omega^2 - (u|\mathbf{k}| - i\delta)^2]^{-1}$. Выражение для $\overline{F}_\omega$ после интегрирования по углам между импульсами электрона $\mathbf{p}$ и фонона $\mathbf{k}$ имеет вид

$$\overline{F}_\omega = -\frac{ig^2}{(2\pi\hbar)^4} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \int_0^{k_D} 2\pi k^2 dk \frac{m}{pk} \frac{u^2k^2}{(\omega' - \omega)^2 - (uk - i\delta)^2} \frac{\overline{F}_{\omega'}}{f(\omega')} \times$$

$$\times \left\{ \mathrm{Arth} \frac{[(p+k)^2 - p_F^2](2m)^{-1} + ig^2 \overline{G}''_{-\omega'}}{f(\omega')} - \omega' \, \mathrm{Arth} \frac{[(p-k)^2 - p_F^2](2m)^{-1} + ig^2 \overline{G}''_{\omega'}}{f(\omega')} \right\},$$

где g – константа электрон-фононного взаимодействия, u – скорость звука в металле, k_D – граничное значение импульса фононов в кристаллической решетке, $\xi = (\mathbf{p}^2 - p_F^2)/2m$, $f(\omega) = [(\omega + ig^2\overline{G}'_{-\omega})^2 - g^4|\overline{F}_\omega|^2]^{1/2}$, $\overline{G}'_\omega$, $\overline{G}''_\omega$ – нечетная и четная по ω составляющие функции Грина. Подинтегральное выражение в комплексной плоскости испытывает скачок на разрезе от $-\infty$ до $-\Delta_0$ и от Δ_0 до ∞ со значением $\{\ \}$ равным $(-i\pi)$ всюду, кроме интервала

$$(p + p_F - k)|p - p_F - k| \lesssim 2mf(\omega') \lesssim (p + p_F + k)(p - p_F + k),$$

где значение $\{\ \}$ равно $(-i\pi/2)$. Для импульсов $|p - p_F| < k_D$ и полной энергии электронов относительно уровня Ферми $\omega < p_F^2/2m$ вклад от указанного интервала, определяющийся областью больших $k \approx k_D$, мал $\sim |p - p_F| u^2 m^2 p_F^{-3}$. Оставшееся выражение для $\overline{F}_\omega$ не зависит от $\overline{G}_\omega''$ и от p и является четной функцией ω, соответственно $\overline{G}_\omega$ – нечетная функция ω.

В первом приближении, принимая

$$\Delta(\omega) = g^2 |\overline{F}_\omega| \, (1 - i g^2 \overline{G}_\omega / \omega)^{-1} = \begin{cases} \Delta_0 \quad \omega < a\omega_D, \quad a \approx 1 \\ 0, \quad \omega > a\omega_D \end{cases} \tag{2}$$

запишем аппроксимирующее выражение решения интегральных уравнений для $\overline{F}_\omega$ и $\overline{G}_\omega$:

$$i g^2 \overline{F}_\omega = -\frac{\zeta \Delta_0}{2\omega_D^2} \left[\omega_D^2 + \omega^2 \left(\mathrm{Ar\,ch}\, 2 \frac{|\omega_D^2 - \omega^2|}{\Delta_0^2} - 2\, \mathrm{Ar\,ch} \frac{\omega}{\Delta_p} \right) \right. \times$$

$$\times \left. \mathrm{Ar\,ch}\, 2 \frac{\omega_D^2 [(0{,}6\omega_D)^2 - \omega^2 - i\delta}{\Delta_0^2 [(0{,}6\omega_D)^2 + \omega^2]} \right],$$

$$i g^2 \overline{G}_\omega = -\frac{\zeta}{120\,\omega_D} \left\{ \left[(a\omega_D)^2 - \omega^2 \right] \left[\mathrm{Ar\,ch} \frac{(\omega + \omega_D)^2}{\Delta_0 (\omega + a\omega_0)} - \right. \right.$$

$$\left. \left. - \mathrm{Ar\,ch} \frac{(\omega - \omega_D)^2}{\Delta_0 (\omega - 2\omega_D - i\delta)} \right] a^2 (\omega_D^2 - \omega^2) \ln \frac{\omega + \omega_D}{\omega - \omega_D - i\delta} + 30\,\omega_D \omega \right\}, \tag{3}$$

где $a^3 + 4a^2 + 1 = 0 (a \approx 4)$,

$$\zeta = \frac{g^2 m p_F^2}{\hbar^4 2\pi^2 p} = \ln^{-1} \frac{2\omega_D}{\Delta_0}, \quad \omega_D \approx u k_D.$$

При $\omega > \omega_D$ $\Delta(\omega)$ уменьшается $\sim (\omega_D/\omega)^2$ и принятое приближение выполняется с точностью ζ. Соответственно при $\omega > \omega_D$ уменьшается амплитуда джозефсоновского тока

$$j(\omega) \approx \left(1 - i \zeta \frac{\pi}{2} \right) \frac{\hbar \pi \Delta_{01} \Delta_{02} \omega_D^2}{e R \omega^3}, \tag{4}$$

где Δ_0 – корень уравнения $\omega = \Delta(\omega)$. $\Delta_0 \approx \Delta(0)$ и при конечных температурах $\Delta_0(T)$ имеет известный вид [7]. Полученная зависимость дает более резкий спад для $\omega > \omega_D$, а именно обратно пропорционально частоте в кубе.

Поступила в редакцию
22 августа 1974г.

Литература

[1] N.R.Werthamer. Phys. Rev., 147, 255, 1966.

[2] А.И.Ларкин, Ю.Н.Овчинников. ЖЭТФ, 51, 1535, 1966.

[3] D.G.McDonald, K.M.Evenson et. al. Appl. Phys. Lett., 15, 121, 1969.

[4] D.G.McDonald, K.M.Evenson et al. J. Appl. Phys., 42, 179, 1971.

[5] D.G.McDonald, A.S.Risley et al. Appl. Phys. Lett., 18, 162, 1971.

[6] D.G.McDonald, A.S.Risley et al. Appl. Phys. Lett., 20, 296, 1972.

[7] А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков, И.Е.Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике, Физматгиз, 1962.