

**НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ  
ДИФРАГИРУЮЩИХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ  
В СРЕДЕ С КВАДРАТИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ;  
ВЗАИМОФОКУСИРОВКА ПУЧКОВ  
И ОГРАНИЧЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ  
ОПТИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ЧАСТОТЫ**

*Ю.Н.Карамзин, А.П.Сухоруков*

Сообщается о новых нелинейных явлениях резонансного взаимодействия двух волн, зарегистрированных в численных экспериментах. Полученные результаты позволяют объяснить ряд явлений, наблюдавшихся в опытах по удвоению частоты мощного излучения.

1. В настоящей статье сообщается о новых нелинейных волновых явлениях, возникающих при резонанском взаимодействии двух волн, испытывающих дифракцию. В численных экспериментах по генерации второй гармоники световых пучков были впервые зарегистрированы явления взаимной фокусировки и связанного волноводного распространения пучков в среде с квадратичной нелинейностью в отличие от известного явления самофокусировки и волноводного распространения в средах с кубичной нелинейностью. Из-за обратной перекачки энергии, развивающейся вследствие дифракционного сбоя фаз пучков, происходит ограничение КПД мощных удвоителей частоты.

Результаты численных экспериментов позволяют объяснить ряд явлений, наблюдавшихся в опытах по удвоению частоты мощного лазерного излучения: образование кольцевой структуры гауссовых пучков [2] и пробой кристаллов при генерации гармоники [3] – развитием взаимофокусировки в кристалле; малые КПД [2] – обратной перекачкой энергии в приосевой области пучка.

2. Взаимодействие дифрагирующих пучков первой и второй гармоник будем описывать в квазиоптическом приближении системой уравнений [1, 4]:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + i D_1 \Delta_1 A_1 = - i \gamma A_1^* A_2 e^{-i \Delta z}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + i D_2 \Delta_2 A_2 = - i \gamma A_1^2 e^{i \Delta z}, \quad (2)$$

где  $A_j$  – нормированные амплитуды пучков, причем интенсивности  $S_j = |A_j|^2$ ,  $z$  измеряется в долях длины кристалла  $L$ ,  $0 < z < 1$ ,  $\Delta = (k_2 - 2k_1)L$  – нормированная расстройка фазовых скоростей,  $D_j =$

$= L / 2k_j a^2$ ,  $a$  – поперечный размер пучка,  $\gamma$  – коэффициент нелинейной связи,  $\Delta_{\perp}$  – оператор Лапласа в плоскости перпендикулярной к оси  $z$ .

Система уравнений (1) – (2) имеет интегралы движений  $I_1 = P_1 + P_2$ ,  $P_j = \iint S_j dx dy$  – закон сохранения полной энергии пучков и интеграл фазового рассинхронизма  $I_2 = \iint [2D_1 |\nabla_{\perp} A_1|^2 + D_2 |\nabla_{\perp} A_2|^2 - \Delta |A_2|^2 - \gamma (A_1^2 A_2^* + A_1^{*2} A_2)] dx dy$ .

Численное решение системы (1) – (2) проводилось для цилиндрически симметричных пучков с начальным гауссовым распределением

$$A_1(r, 0) = a \exp \left\{ -\frac{r^2}{a^2} (1 - i\beta) \right\}, \quad A_2(r, 0) = 0 \quad (3)$$

внутри цилиндра  $r \leq R$  при  $A_1(R, z) = A_2(R, z) = 0$ . Для расчетов использовались консервативные разностные схемы [7]; величина  $R$  выбиралась достаточно большой ( $R \gg a$ ), чтобы влияние боковой границы не сказывалось. Вычисления проводились до  $z = 2$ , для того чтобы проследить за поведением волн после выхода из кристалла при  $z > 1$ .

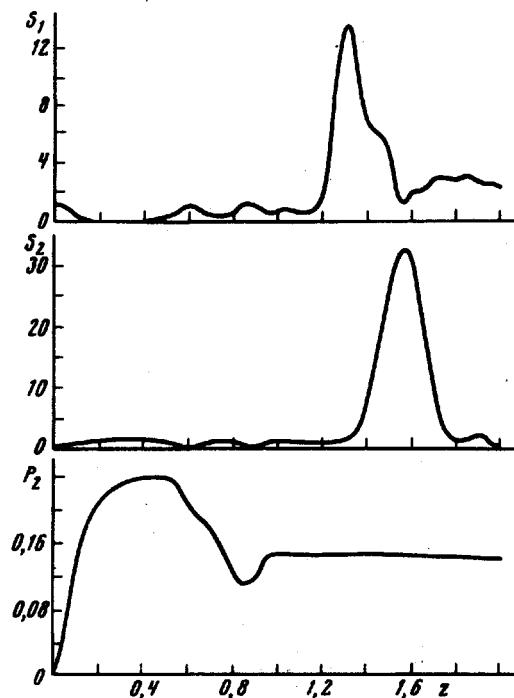


Рис. 1. Взаимофокусировка пучков за нелинейным слоем. Изображены графики интенсивностей  $S_{1,2}$  основного излучения и второй гармоники на оси  $z$  и мощности  $P_2(z)$ :  $D_1 = 0,02$ ,  $\gamma = 15$ ,  $\Delta = 0$ ,  $A_1(r, 0) = \exp(-r^2)$

3. Учет дифракции в стандартной задаче удвоения частоты приводит к качественно новым эффектам. Как известно, из теории плоских волн следует возможность 100% перекачки энергии основного излучения во вторую гармонику при точном фазовом согласовании ( $\Delta = 0$ ). Однако численные эксперименты, проведенные с  $\Delta = 0$ , показали, что при достаточно малой длине нелинейного взаимодействия ( $L_{\text{нл}} \sim \gamma^{-1}$ ) энергообмен между ограниченными пучками приобретает совершенно иной характер. Результаты численных расчетов изображены на рис. 1, 2. Видно, что идет обратная перекачка энергии второй гармоники в энергию основной волны. Эта перекачка начинается сначала на оси пучка, а затем ох-

вательствует все большую приосевую область; КПД удвоителя при этом уменьшается. Причина обратной перекачки энергии связана с дифракционным сбоем фаз пучков. Для характерных длин перекачки можно предложить эмпирические формулы

$$z_S = \gamma^{-1} \ln \frac{\gamma}{2D_1}, \quad z_P = \gamma^{-1} \ln \frac{2\gamma}{D_1}, \quad (4)$$

которые удобно сравнить с формулой для длины перекачки в случае плоских волн с фазовой расстройкой  $\Delta \neq 0$  [5, 6]:

$$z_\Delta = \gamma^{-1} \ln \frac{\gamma}{\Delta}. \quad (5)$$

Из сравнения видно, что роль  $\Delta$  для дифрагирующих пучков играет коэффициент диффузии  $D$ .

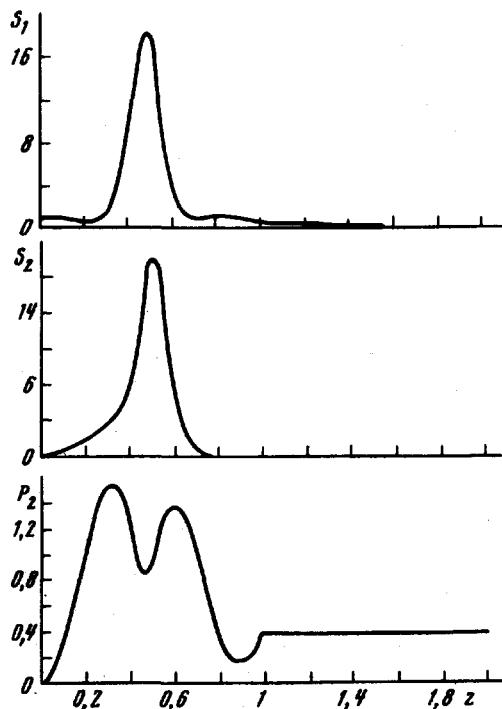


Рис. 2. Взаимофокусировка волн при сфокусированном в  $z = 0,5$  пучке основного излучения.  $S_{1,2}$  – интенсивности на оси  $z$ ,  $P_2(z)$  – мощность 2-й гармоники;  $D_1 = 1,43$ ,  $\gamma = 5$ ,  $\Delta = -3,2$

Нелинейное взаимодействие ограниченных дифрагирующих пучков приводит к изменению фазы и в поперечном сечении пучков. Чрезвычайно интересным является то обстоятельство, что эти изменения таковы, что происходит взаимная фокусировка основного излучения и гармоники как внутри нелинейного слоя, так и за ним. Это хорошо видно из графиков для интенсивностей пучков, представленных на рис. 1, 2. На рис. 1 изображена взаимофокусировка пучков после выхода из кристалла, а на рис. 2 – взаимофокусировка для сфокусированного пучка основного излучения. В линейной среде интенсивность основного пучка в фокусе  $z = 0,5$  превышала бы начальную в 10 раз, а при генерации гармоники суммарная интенсивность превосходит начальную в 40 раз. Именно это

обстоятельство, на наш взгляд, может объяснить пробой кристаллов при синхронной генерации оптических гармоник, наблюдавшийся в экспериментах [3].

4. Изменение фазовых фронтов в процессе взаимодействия может привести не только к взаимофокусировке волн, но и при подходящем выборе граничных условий к волноводному распространению двух пучков на частотах  $\omega$  и  $2\omega$ . Следует подчеркнуть, что речь идет о фокусировке и волноводном распространении в среде только с квадратичной нелинейностью. В этом смысле рассматриваемый режим принципиально отличается от известного явления самофокусировки и волноводного распространения в средах с кубической нелинейностью.

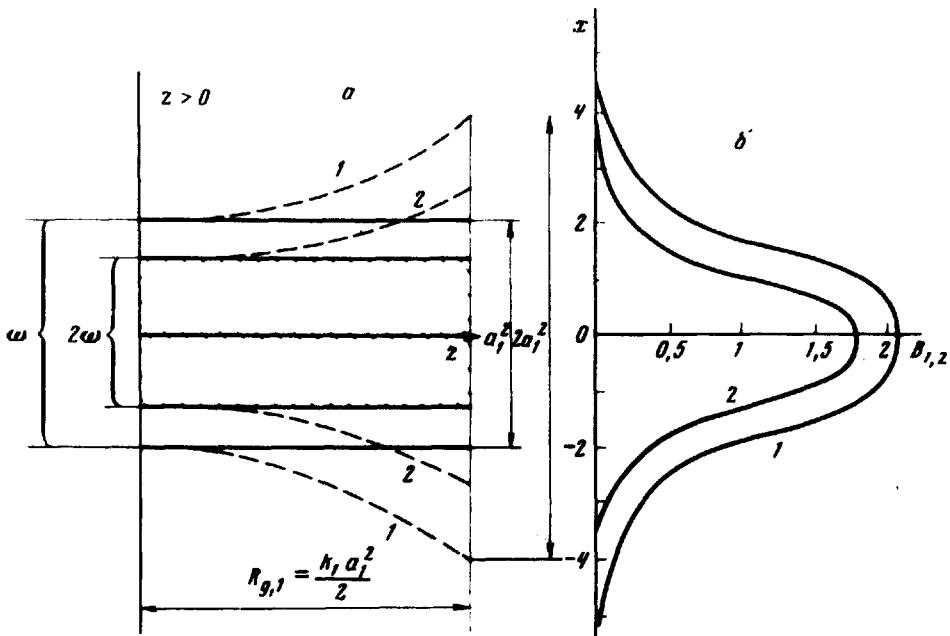


Рис. 3. Волноводное распространение пучков в квадратичной среде: *a* – схематичное изображение связанных волноводов на частотах  $\omega$  и  $2\omega$ . Пунктиром изображена дифракционная расходимость гауссовых пучков в линейной среде на длине дифракционного расплывания  $R_g$ ; *b* – собственные моды стационарного двумерного волновода ( $A_j(z, x) = B_j(x)e^{-i\Gamma_j z}$ ) при  $\Delta = 0$

Нами была рассмотрена задача, когда на квадратичную среду извне падают два пучка на частотах  $\omega$  и  $2\omega$  со сравнимыми мощностями (см. рис. 3). Если интеграл фазового рассинхронизма  $I_2 < 0$ , то можно показать, что максимум амплитуд пучков ограничен снизу,  $\max|A_j| \geq |I_2|/I_1$ , так что распад поля на два невзаимодействующих пучка становится невозможен, и пучки обязаны распространяться в виде связанных волноводов, в общем случае осциллирующих. Достаточно сильно сфокусированные или расходящиеся пучки, падающие на квадратичную среду, имеют положительный интеграл  $I_2$  и могут не войти в режим взаимного захвата. Для гауссовых пучков с плоскими фазовыми фрон-

тами и сравнимыми мощностями условие взаимного захвата означает сравнимость длины дифракционного расплывания  $R_d \sim D_1^{-1}$  и длины нелинейного взаимодействия  $L_{\text{нл}} \sim \gamma^{-1} (\gamma D_1^{-1} \gg 1)$ . При этом фазы пучков на входе должны удовлетворять соотношению  $|2\phi_1 - \phi_2| < \pi/2$ .

Стационарному волноводному распространению соответствуют пучки с неизменным амплитудным профилем

$$A_j = \gamma^{-1} \Gamma_1 B_j (\bar{x}, \bar{y}) e^{-i \Gamma_j z}, \quad \Gamma_2 = 2 \Gamma_1 - \Delta. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (1) – (2), получаем уравнения для собственных мод:

$$\bar{\Delta}_1 B_1 = B_1 (1 - B_2), \quad (7)$$

$$\bar{\Delta}_1 B_2 = 4 \left(1 - \frac{\Delta}{2 \Gamma_1}\right) B_2 - 2 B_1^2, \quad \bar{x} = \sqrt{\Gamma_1 D_1^{-1}} x, \quad \bar{y} = \sqrt{\Gamma_1 D_1^{-1}} y. \quad (8)$$

В случае двумерных пучков система (7) – (8) является гамильтоновой системой с интегралом энергии

$$H = 4(B'_1)^2 + (B'_2)^2 - 4 \left[ B_1^2 + \left(1 - \frac{\Delta}{2 \Gamma_1}\right) B_2^2 - B_1^2 B_2 \right]. \quad (9)$$

Ограниченному на бесконечности решению ( $x \rightarrow \pm \infty$ ) соответствует  $H = 0$ . Численное решение системы (7) – (8) при  $\Delta = 0$  представлено на рис. 3, б. При этом  $P_1 = 4,8 D_1^2 \gamma^{-2} a^{-3}$ ,  $P_2 = 2,76 D_1^2 \gamma^{-2} a^{-3}$ . Если  $\Gamma_1 = \frac{2}{3} \Delta$  и  $\Gamma_2 = \frac{1}{3} \Delta$ , то существует вырожденная мода  $B_1 = \frac{3}{2\sqrt{2}} \operatorname{ch}^{-2}(\frac{\bar{x}}{2})$ ,

$B_2 = \sqrt{2} B_1$ . При таком же вырождении численно была найдена мода цилиндрических пучков; здесь  $P_1 = \frac{9}{8} D_1^2 \gamma^{-2} a^{-3}$ ,  $P_2 = 2P_1$ .

5. Таким образом, критическая мощность связанных волноводов основной и второй гармоник с точностью до числового коэффициента равна

$$P_{\text{кр}} \sim \frac{c \lambda^4}{x^2 a^2}. \quad (10)$$

Для типичных кристаллов с  $\chi = 10^{-8}$  CGSE и пучков с  $a = 0,1$  мм и  $\lambda_1 = 0,5$  мк имеем сравнительно небольшие мощности  $P_{\text{кр}} \approx 100$  вт, что вполне достижимо в экспериментах.

В заключение отметим, что эффекты взаимофокусировки более сильно проявляются при невырожденных трехчастотных взаимодействиях.

Институт прикладной математики  
Академии наук СССР

### Литература

Поступила в редакцию  
11 октября 1974 г.  
После переработки  
25 октября 1974 г.

- [1] D.R. White, E.L. Dawes, J.H. Marburger. IEEE. J. Quantum Electronics, QE-6, 793, 1970.

- [ 2 ] Б.В.Жданов, А.И.Ковригин, С.М.Першин, Н.К.Подсотская. Тезисы докладов на VII Всесоюзной конференции по когерентной и нелинейной оптике, Ташкент, 1974г.
- [ 3 ] J . H. Marburger. Digest of Papers presented at the 7- th International Quantum Electronics Conference, Montreal, 1972.
- [ 4 ] С.А.Ахманов, А.П.Сухоруков, А.С.Чиркин. ЖЭТФ, 55, 1430, 1968.
- [ 5 ] С.А.Ахманов, Р.В.Хохлов. Проблемы нелинейной оптики , М., 1964.
- [ 6 ] Н. Бломберген. Нелинейная оптика. М., 1966.
- [ 7 ] Ю.Н.Карамзин. ЖВМ и МФ, 14, 1058, 1974.
-