Письма в ЖЭТФ, том 39, вып. 7, стр. 337 – 340 10 апреля 1984 г.

НЕПЕРТУРБАТИВНАЯ ТРЕХТОЧЕЧНАЯ ВЕРШИННАЯ ФУНКЦИЯ И "МАГНИТНАЯ МАССА" ГЛЮОНА

О.К.Калашников

В аксиальной калибровке $A_4 = 0$ найдена непертурбативная трехглюонная вершинная функция, удовлетворяющая тождествам Славнова – Тейлора и имеющая ряд точных пределов. Получено самосогласованное уравнение для "магнитной массы" глюона и найдено его решение. В рассмотренном приближении "магнитная масса" глюона равна нулю тождественно.

Непертурбативные вычисления для функций Грина в последнее время интенсивно развиваются и непрерывно совершенствуются. Их значимость особенно велика для теории неабелевых калибровочных полей, в которой инфракрасные трудности не устраняются традиционными вычислениями. Непертурбативные методы счета, которые обычно строятся в аксиальной калибровке, используя точное представление Швингера – Дайсона и тождества Славнова – Тейлора, дают эффективную возможность суммирования рядов теории возмущений и позволяют выявить неаналитическое поведение исследуемых величин. Аксиальная калибровка выделена простым видом тождеств Славнова – Тейлора и является, по-видимому, единственным классом калибровок пригодным для развития непертурбативных схем. Неустранимой пока трудностью таких методов счета является неоднозначность в их замыкании, связанная с неопределенностью в выборе структуры непертурбативной вершинной функции, так как тождества Славнова – Тейлора не фиксируют ее поперечной части. Кроме того зависимость от калибровки всех вычислений затрудняет сравнение их результатов, полученных в рамках различных подходов. Примером такой неоднозначности являются непертурбативные вычисления "магнитной массы" глюона, которая, по-видимому, должна быть порядка g^2T [1, 2], но пока имеет самые различные значения в зависимости от схемы непертурбативных вычислений. Известны работы [3], где ее порядок $g^{3/2}T$, но также существуют другие вычисления [4], где с точностью до $g^{3/2}T$ показано, что "магнитная масса" глюона равна нулю.

Построенные вершинные функции точно удовлетворяют тождествам Славнова – Тейлора и воспроизводят однопетлевые вычисления по теории возмущений. Фиксирована аксиальная калибровка и изучается обычная теории Янга – Миллса для $SU(N)$-групп. Тождества Славнова – Тейлора для этого класса калибровок наиболее просты [5]

$$r_\mu \Gamma_{\mu ij}(r, p, q)^{abc} = igf^{abc}\{ D^{-1}_{ij}(p) - D^{-1}_{ij}(q) \} \tag{1}$$

и допускают замыкание самосогласованных вычислений на непертурбативных диаграммах одного топологического вида. Расчеты выполнены в евклидовой метрике $(k^2 = \mathbf{k}^2 + k_4^2)$ и выбран подкласс калибровок с $A_4 = 0$. Глюонный пропагатор определяется двумя скалярными функциями [3]

$$D^{-1}_{ij}(k) = \left(1 + \frac{G(k)}{k^2}\right)(k^2\delta_{ij} - k_ik_j) + \frac{F(k) - G(k)}{k^2}\,\frac{k_4^2}{\mathbf{k}^2}\,k_ik_j \tag{2}$$

и имеет простую тензорную структуру. Затравочная вершинная функция выбрана в традиционных обозначениях

$$\Gamma^{(0)}_{\mu\nu\gamma}(r, p, q)^{abc} = - igf^{abc}[\,\delta_{\mu\nu}(r-p)_\gamma + \text{а. сим.}\,] \tag{3}$$

и удовлетворяет (1), когда в (2) $F = G = 0$ и выполнен закон сохранения полного момента $r + p + q = 0$.

Обе вершинные функции Γ_{4ji} и Γ_{eji} определены через структурные функции глюонного пропагатора и не имеют кинематических сингулярностей. Вершина Γ_{4ji}

$$\Gamma_{4ji}(q,r,p)^{abc} = -igf^{abc}\left\{\delta_{ij}(r_4-p_4)\left(1-\frac{\dfrac{F(r)}{r^2}-\dfrac{F(p)}{p^2}}{r^2-p^2}\,r_4p_4\right)+\delta_{ij}\left(r_4\frac{F(r)}{r^2}-\right.\right.$$

$$\left.-p_4\frac{F(p)}{p^2}\right)-\frac{\left(\dfrac{G(r)}{\mathbf{r}^2}-\dfrac{F(r)}{\mathbf{r}^2}\dfrac{r_4^2}{r^2}\right)-\left(\dfrac{G(p)}{\mathbf{p}^2}-\dfrac{F(p)}{\mathbf{p}^2}\dfrac{p_4^2}{p^2}\right)}{r^2-p^2}(\mathbf{pr}\delta_{ij}-p_jr_i)(r_4-p_4)+$$

$$\left.+\frac{\dfrac{F(q)}{q^2}-\dfrac{F(r)}{r^2}}{q^2-r^2}\,q_jr_4(q-r)_i+\frac{\dfrac{F(p)}{p^2}-\dfrac{F(q)}{q^2}}{p^2-q^2}\,q_ip_4(p-q)_j\right\} \qquad (4)$$

служит для непертурбативных вычислений Π_{44} и, в конечном счете, определяет функцию $F(k)$. Вершина Γ_{eji} является основным структурным блоком непертурбативной схемы вычислений. Конструкция Γ_{eji} согласована с тождествами (1)

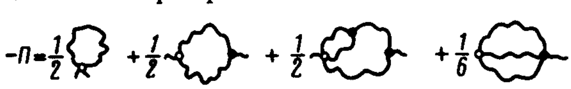
$$\Gamma_{eji}(q,r,p)^{abc} = -igf^{abc}\left\{\delta_{ij}\left(1-\frac{\dfrac{F(r)}{r^2}-\dfrac{F(p)}{p^2}}{r^2-p^2}\,r_4p_4\right)(r_e-p_e)-\right.$$

$$-\frac{\left(\dfrac{G(r)}{\mathbf{r}^2}-\dfrac{F(r)}{\mathbf{r}^2}\dfrac{r_4^2}{r^2}\right)-\left(\dfrac{G(p)}{\mathbf{p}^2}-\dfrac{F(p)}{\mathbf{p}^2}\dfrac{p_4^2}{p^2}\right)}{r^2-p^2}(\mathbf{pr}\delta_{ij}-p_jr_i)(r_e-p_e)+$$

$$\left.+\delta_{ij}\left[r_e\left(\frac{G(r)}{\mathbf{r}^2}-\frac{F(r)}{\mathbf{r}^2}\frac{r_4^2}{r^2}\right)-\left(\frac{G(p)}{\mathbf{p}^2}-\frac{F(p)}{\mathbf{p}^2}\frac{p_4^2}{p^2}\right)p_e\right]+\text{a. c.}\right\} \qquad (5)$$

и подобна структуре Γ_{ij4}. Антисимметризация в (5) идентична (3). Вершинные функции Γ_{444} и Γ_{4l4} в выбранной схеме непертурбативных вычислений обслуживают лишь тождества Славнова – Тейлора и не участвуют непосредственно в самосогласованных уравнениях, определяющих структурные функции глюонного пропагатора.

Непертурбативные вычисления функций $F(k)$ и $G(k)$ используют диаграммное представление для поляризационного оператора


(6)

и непертурбативные выражения для функций Грина и вершинных функций, определяющих (6). Все известные схемы самосогласованных вычислений ограничиваются только первыми двумя диаграммами, что допустимо в аксиальной калибровке, где фиктивные частицы отсутствуют. Обычно предполагается, что учет оставшихся диаграмм качественно не изменит результатов такого счета. С учетом выражений (4) и (5) схема вычислений замкнута и непертурбативное выражение для глюонного пропагатора находится как решение системы двух связанных уравнений относительно функций $F(k)$ и $G(k)$.

"Магнитная масса" глюона представляет наиболее интересный результат такого счета. Схема вычислений замыкается с помощью вершинной функции Γ_{eij}, выражение для которой берется согласно (5), но в инфракрасном пределе $(q_4 = 0, |\mathbf{q}| \to 0)$

$$\Gamma_{eji}(0,-p,p)^{abc} = \left(1 + \frac{G(p)}{\mathbf{p}^2}\right)\Gamma_{eji}(0,-p,\ p)^{abc} +$$

$$+ igf^{abc}\left\{\left(\frac{F(p)}{\mathbf{p}^2}\ \frac{p_4^2}{p^2}\right)[(\delta_{ei}p_j + \delta_{ej}p_i) - 2\hat{p}_i\hat{p}_j p_e] + (\mathbf{p}^2\delta_{ij} - \right.$$

$$\left. - p_i p_j)\hat{p}_e\left(\frac{\partial}{\partial|\mathbf{p}|}\ \frac{G(p)}{\mathbf{p}^2}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial|\mathbf{p}|}\ \frac{F(p)}{\mathbf{p}^2}\right)\frac{p_4^2}{\mathbf{p}^2}p_i p_j \hat{p}_e\right\}. \qquad (7)$$

Это выражение для функции Γ_{eji}, где $\hat{p}_e = p_e / |\mathbf{p}|$, совпадает с ее точной асимптотикой [6]

$$\Gamma_{eji}(0,-p,p)^{abc} = igf^{abc}\frac{\partial D_{ij}^{-1}(p)}{\partial p_e} \qquad (8)$$

найденной независимым дифференцированием "обратного" глюонного пропагатора (2). Проверены также другие предельные переходы для выражений (4), (5). Их адекватность известным асимптотикам установлена явно, но для строго определенного порядка предельной процедуры. При вычислении диаграмм используется стандартный вид непертурбативной функции Грина в калибровке $A_4 = 0$ [3]

$$D_{ij}(k) = \frac{1}{k^2 + G(k)}\left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{\mathbf{k}^2}\right) + \frac{1}{k^2 + F(k)}\ \frac{k^2}{k_4^2}\ \frac{k_i k_j}{\mathbf{k}^2} \qquad (9)$$

найденной обращением функции (2). Уравнение самосогласования для "магнитной массы" глюона следует из определения функции $G(k)$

$$m_{mag}^2 \equiv G(0,0) = \frac{1}{2}\sum_i \Pi_{ii}(0,0), \qquad (10)$$

где все предельные выражения понимаются в инфракрасном смысле $(q_4 = 0, |\mathbf{q}| \to 0)$. После вычисления поляризационного оператора уравнение (10) приобретает вид нелинейного интегрального уравнения

$$m_{mag}^2 = g^2 NT \sum_{q_4} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3}\left[\frac{q^2}{q_4^2(q^2 + F(q))} + \right.$$

$$+ \frac{2}{q^2 + G(q)} - \left(1 + \frac{G(q)}{q^2}\right)\left(\frac{2\mathbf{q}^2}{[q^2 + G(q)]^2} + \frac{q^2}{q_4^2}\ \frac{1}{q^2 + G(q)}\ \frac{\mathbf{q}^2}{q^2 + F(q)}\right) +$$

$$\left. + \frac{F(q) - G(q)}{[q^2 + G(q)][q^2 + F(q)]} - \left[q^2|\mathbf{q}|\frac{\partial}{\partial|\mathbf{q}|}\left(\frac{G(q)}{q^2}\right)\right]\frac{1}{[q^2 + G(q)]^2}\right], \qquad (11)$$

в котором первые два слагаемых соответствуют вычислению "головастика" в ряду (6), а остальные члены – второй диаграмме. Ряд тождественных преобразований уравнений (11) помогает избавиться от функции $F(k)$

$$m^2_{mag} = g^2 NT \sum_{q_4} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \left(3 + |\mathbf{q}| \frac{\partial}{\partial |\mathbf{q}|}\right) \frac{1}{q^2 + G(q)} \qquad (12)$$

сводя задачу только к самосогласованному вычислению функции $G(k)$. Напомним, что уравнение (11) построено с учетом первых двух диаграмм ряда (6), но в остальном является точным.

Уравнение (12) аналитически не решается. Но при дополнительном предположении

$$\lim_{|\mathbf{q}|} |\mathbf{q}|^3 T \sum_{q_4} \frac{1}{\mathbf{q}^2 + q_4^2 + G(\mathbf{q}, q_4)} \Bigg|_0^\infty = 0 \qquad (13)$$

позволяющем выполнить в, просуммированном по частотам, уравнении (12) интегрирование по частям решение находится незамедлительно

$$m^2_{mag} \equiv 0 \qquad (14)$$

и является единственным. Найденное решение становится аналитически точным, если сразу предположить, что в знаменателе уравнения (12) функцию $G(q_4, \mathbf{q})$ можно заменить на $G(0, q)$.

Полученный результат $m^2_{mag} \equiv 0$, для выбранной схемы непертурбативных вычислений, является точным. В этом смысле он подводит итог всех остальных работ, вычислявших m^2_{mag} в калибровке $A_4 = 0$. Полное совпадение результата (14) с выводами работ [4] лишний раз подтверждает его корректность, а противоречие с другими работами [3] объясняется тем, что последние использовали для своих вычислений несогласованное с тождествами Славнова – Тейлора выражение для трехглюонной вершинной функции. Но в целом, ситуация все же остается неясной. Нет полной уверенности в том, что "магнитная масса" глюона является калибровочно-инвариантной величиной, а также неясна в полной мере корректность сделанного приближения. Дальнейшие исследования этой проблемы сегодня крайне актуальны, хотя заранее ясно, что будущие схемы непертурбативного счета в калибровке $A_4 = 0$ будут намного сложнее. В частности, такие расчеты потребуют аппроксимации четырехглюонной вершины и непертурбативного выражения для трехглюонной вершины при всех импульсах, как найденного в (4) и (5).

В заключение автор благодарит Е.С.Фрадкина за полезное обсуждение полученных результатов и ценные советы.

Литература

1. *Linde A.D.* Phys. Lett., 1980, **96B**, 289; *Gross D.J., Pisarski R.D., Yaffe L.G.* Rev. Mod. Phys., 1981, **53**, 43; *Калашников О.К.* Письма в ЖЭТФ, 1981, **33**, 173.
2. *Kalashnikov O.K.* " QCD at finite temperature", Helsinki University preprint HU-TFT-82-58.
3. *Kajantie K., Kapusta J.* Phys. Lett., 1982, **110B**, 299; CERN preprint, TH-3284, 1982.
4. *Toimela T.* Helsinki preprint HU-TET82-37, 1982; *Furusawa T., Kikkawa K.* Osaka University preprint, OU-HET 52.
5. *Fradkin E.S., Tyutin I.V.* Phys. Rev., 1970, **D2**, 2841; *Kummer W.* Acta Physica Austr., 1975, **41**, 315.
6. *Fradkin E.S., Tyutin I.V.* Revisto Nuovo Cim., 1974, **4**, 1.

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
28 февраля 1984