

Письма в ЖЭТФ, том 19, выт. 6, стр 409 – 413

20 марта 1974 г.

**ПОПРАВКИ НА СИЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
К АНОМАЛЬНОМУ МАГНИТНОМУ МОМЕНТУ МЮОНА
И ПРОПАГАТОРУ ФОТОНА**

В.А.Петрунькин, С.А.Старцев

Найдена эмпирическая формула с асимптотикой $\sim(1/s)$ для описания полного сечения $e^- - e^+$ аннигиляции в адроны в области энергий за ϕ -резонансом. Полученная формула используется при вычислении поправок на адронную поляризацию вакуума к аномальному магнитному моменту мюона и пропагатору фотона.

Обоснование и интерпретация опытов по проверке применимости квантовой электродинамики (КЭ) при высоких энергиях (малых рассто-

ниях) в значительной степени зависят от точности расчета вклада сильных взаимодействий в измеряемые величины. Недавно на установках со встречными пучками измерено полное сечение аннигиляции e^-e^+ -пары в адроны при энергиях вплоть до $2E = 5 \text{ ГэВ}$ [1-4]. Новые данные позволяют уточнить прежние расчеты поправок на адронную поляризацию вакуума (АПВ) к аномальному магнитному моменту (АММ) мюона и пропагатору фотона. Поправка к АММ мюона в низшем порядке по α имеет вид [5]

$$\delta_{\mu}^{\text{АПВ}} = \frac{1}{4\pi^3} \int_{4m_{\pi}^2}^{\infty} \sigma(s) \int_0^1 \frac{x^2(1-x)}{x^2 + \frac{s}{m_{\mu}^2}(1-x)} dx ds \quad (1)$$

В (1) $\sigma(s)$ – полное сечение e^-e^+ -аннигиляции в адроны в однофотонном приближении, m_{π} – масса пиона, m_{μ} – масса мюона. Пропагатор фотона с импульсом k имеет вид

$$D_{\mu\nu}(k^2) = \frac{1}{i} \left[\frac{\delta_{\mu\nu}}{k^2} - \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{k_{\mu}k_{\nu}}{k^2} \right) \frac{\pi(-k^2)}{k^2} \right] \quad (2)$$

Вклад АПВ в поправку к свободному пропагатору в низшем приближении по α представляется в форме [6]

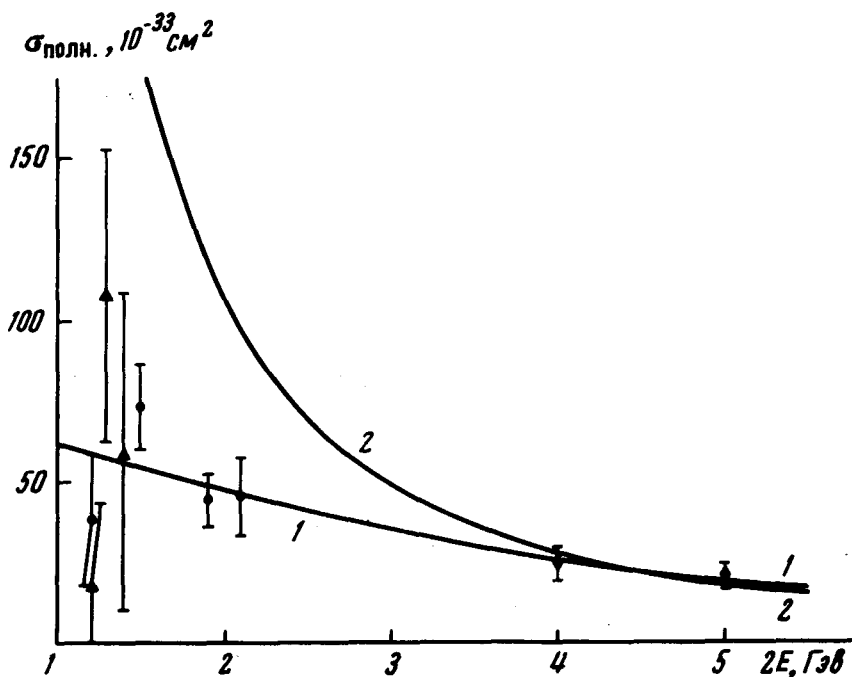
$$\pi^{\text{АПВ}}(-k^2) = -\frac{k^2}{4\pi^2\alpha} \int_{4m_{\pi}^2}^{\infty} \frac{\sigma(s)}{s+k^2-i\epsilon} ds \quad (3)$$

Прежние расчеты по формулам (1), (3) были выполнены в [5, 7, 8]. Скудные данные по сечению $\sigma(s)$ в то время не позволяли сколько-нибудь надежно определить параметры эмпирической формулы, использованной для описания поведения сечения $\sigma(s)$ при $s = 4E^2 > 1 \text{ ГэВ}^2$. В настоящей работе, сечение e^-e^+ -аннигиляции в адроны описывается в промежутке $4m_{\pi}^2 + s_0 = 1 \text{ ГэВ}^2$ формулами Брейта – Вигнера, как в [7, 8], а в области $s > s_0$ эмпирической формулой

$$\sigma(s) = \sigma(s_0) \frac{s_0 - s_0'}{s - s_0'} \quad (4)$$

где сечение $\sigma(s_0)$ в точке $s_0 \approx 1 \text{ ГэВ}^2$ и s_0' – подгоночные параметры. Таким образом, предполагается, что сечение $\sigma(s)$ при больших s убывает как $1/s$. Такое предсказание получено в кварковой модели [9,10]. Асимптотику $1/s$ можно получить также из простых размерных соображений, если предположить, что при больших s не существует характерного масштаба для энергии [11]. На рисунке показаны экспериментальные данные по сечению $\sigma(s)$ в области $s > 1 \text{ ГэВ}^2$ и график функции (4) (кривая 1) с параметрами $\sigma(s_0) = 61 \pm 9 \text{ нбн}$ и $s_0' = -9,5 \pm 4 \text{ ГэВ}^2$, полученными в результате подгонки (4) методом наименьших квадратов. При вычислении параметров $\sigma(s_0)$ и s_0' экспериментальные точки [4] были опущены, так как они резко выпадают из всех других данных.

Расчеты поправки к АММ мюона по модели векторной доминантности [5], дали величину $\delta \alpha_{\mu}^{\text{АПВ}} = (6,4 \pm 0,5) \cdot 10^{-8}$. Вклад в $\delta \alpha_{\mu}^{\text{АПВ}}$ от области за ϕ -резонансом учитывался в [8, 12], где получены следующие значения: $(6,4 \pm 2,4) \cdot 10^{-8}$ [8] и $(6,8 \pm 0,9) \cdot 10^{-8}$ [12].



Полное сечение аннигиляции $e^- e^+$ -пар в адроны: \square - Фраскати [1], \triangle - Новосибирск [2], \blacklozenge - Кэмбридж [3]; Кривая 1 - $\sigma_{\text{пол}}(s) = \sigma(s_0) \frac{s_0 - s'_0}{s - s'_0}$, кривая 2 из [13]

Наш расчет дает ¹⁾ $\delta \alpha_{\mu}^{\text{АПВ}} = (7,6 \pm 0,7) \cdot 10^{-8}$. (5)

В (5) и ниже в таблице указаны только ошибки, зависящие от ошибок в экспериментальных данных по сечению $\sigma(s)$. В таблице (вариант I) приводятся значения функции $l(-k^2) = -2 \text{Re} \pi^{\text{АПВ}}(-k^2)$, через которую выражаются поправки на АПВ к сечениям $\frac{d\sigma}{d\Omega}(e^- + e^+ \Rightarrow e^- + e^+)$ и $\frac{d\sigma}{d\Omega}(e^- + e^+ \Rightarrow \mu^- + \mu^+)$ (см. [8]). Поправка на АПВ к этим сечениям

всегда меньше или равна $|l(-k^2)|$ и, следовательно, в доступном в ближайшем будущем интервале $|k^2|$ от 1 до 10^2 ГэВ^2 меньше 5%. Максимальная величина $l(-k^2)$ в этом интервале $|k^2|$ не сильно зависит от выбора численных значений параметров $\sigma(s_0)$ и s'_0 . Так

¹⁾ В ЦЕРН'е планируется измерить АММ мюона с точностью $(1 + 2) \cdot 10^{-8}$.

параметрам $s_0^* = -500 \text{ Гэв}^2$ и $\sigma(s_0) = 2 \cdot 10^{-32} \text{ см}^2$ соответствуют значения $I(-25 \text{ Гэв}^2) = 0,04$ и $I(-10^2 \text{ Гэв}^2) = 0,08$. Поправка на АПВ к АММ мюона в этом случае практически не изменится: $\delta_{\text{АПВ}}^{\alpha_{\mu}} = 7,5 \cdot 10^{-8}$.

Значения функции $I(-k^2) \cdot 10^2$

| $\sqrt{-k^2} \cdot \text{Гэв}$ | 0,7 | 1,4 | 3,0 | 5,0 | 6,0 | 7,0 | 10 | 100 |
|--------------------------------|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Вариант I | - 2,8 ±0,0 | 1,5 ±0,0 | 0,9 ±0,2 | 1,8 ±0,2 | 2,2 ±0,2 | 2,5 ±0,2 | 3,4 ±0,2 | 8,8 ±1,7 |
| Вариант II | - | - | - | 3,0 | 3,3 | 3,5 | 4,1 | 7,6 |
| $\sqrt{k^2} \cdot \text{Гэв}$ | 1,5 | 2,0 | 3,0 | 5,0 | 6,0 | 7,0 | 10 | 100 |
| Вариант I | 1,2 ±0,0 | 1,5 ±0,1 | 1,9 ±0,1 | 2,6 ±0,2 | 3,0 ±0,3 | 3,2 ±0,3 | 3,9 ±0,4 | 8,8 ±1,7 |
| Вариант II | - | - | - | 3,0 | 3,3 | 3,5 | 4,1 | 7,6 |

Значения $I(-k^2)$ при больших $|k^2|$ не сильно зависят и от хода сечения $\sigma(s)$ непосредственно за ϕ -резонансом. На рисунке показано сечение $\sigma(s)$ (кривая 2), найденное в работе Сакураи [13], где использовано конечно энергетическое правило сумм (см. также [14]). Соответствующие значения $I(-k^2)$ (вариант II) при $|k^2| \geq 25 \text{ Гэв}^2$ отличаются на фактор 1,0 + 1,7 от значений $I(-k^2)$, полученных с сечением (4). Максимальное значение $I(-k^2)$ и в этом случае меньше 0,05. Воспользуемся в качестве нарушенной КЭ моделью с модифицированным пропагатором фотона, например [15]. Тогда легко показать, что

при измерении сечений $\frac{d\sigma}{d\Omega}(e^- + e^+ \rightarrow e^- + e^+)$ и $\frac{d\sigma}{d\Omega}(e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+)$

с точностью 10% при энергии $2E = 10 \text{ Гэв}$ можно получить ограничение на фундаментальную длину $l \lesssim 6 \cdot 10^{-16} \text{ см}$ при уровне достоверности 95%. При этом считается, что обычные радиационные поправки к сечениям при энергии $2E = 10 \text{ Гэв}$ можно вычислить с необходимой точностью, а поправка на слабые взаимодействия еще мала [16].

Физический институт
им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
13 февраля 1974 г.

Литература

- [1] M.Grilli et al. Nuovo Cim., 13A, 593, 1973.
- [2] L.M.Kurdadze et al. Phys. Lett., 42B, 515, 1972.
- [3] K.Strauch. International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies, Bonn, 1973.
- [4] S.Vacci et al. Phys. Lett., 38B, 551, 1972; 44B, 533, 1973.
- [5] M.Gourdin, E. de Rafael. Nucl. Phys., B10, 667, 1969.

- [6] R.Gatto. *Nuovo Cim.*, **28**, 658, 1963.
- [7] E.Cremmer, M.Gourdin. *Nucl. Phys.*, **B12**, 383, 1969.
- [8] В.А.Петрунькин, С.А.Старцев. *ЯФ*, **14**, 1033, 1971.
- [9] J.D.Bjorken. *Phys. Rev.*, **148**, 1467, 1966.
- [10] В.Н.Грибов, Б.Л.Иоффе, И.Я.Померанчук. *Phys. Lett.*, **24B**, 554, 1967.
- [11] В.А.Матвеев, Р.М.Мурадян, А.Н.Тавхелидзе. *Проблемы физики, ЭЧАЯ*, **2**, 7, 1971.
- [12] A.Bramon, E.Etim, M.Greco. *Phys. Lett.*, **39B**, 514, 1972.
- [13] J.J.Sakurai. Preprint UCLA/73/TEP/76, May, 1973.
- [14] С.Б.Герасимов. Труды международного семинара "Векторные мезоны и электромагнитные взаимодействия", Дубна, 1969.
- [15] T.D.Lee, C.C.Wick. *Nucl. Phys.*, **39**, 209, 1969.
- [16] А.Д.Долгов, В.И.Захаров, Л.Б.Окунь. *ЯФ*, **14**, 1044, 1971.
-