Письма в ЖЭТФ, том 19, вып. 6, стр. 413 – 418 *20 марта 1974 г.*

ВОЗМОЖНОСТЬ НЕПОСРЕДСТВЕННОГО ИЗУЧЕНИЯ ХАРАКТЕРА СИЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА МАЛЫХ РАССТОЯНИЯХ В ОПЫТАХ ПО $e^{\pm}e$-СОУДАРЕНИЯМ. РОЛЬ КВАЗИЛОКАЛЬНЫХ ЧЛЕНОВ

И.Ф.Гинзбург

В опытах по глубоко неупругому ee-рассеянию (виртуальное $\gamma\gamma$-рассеяние вперед) можно непосредственно измерять амплитуду, определяемую только характером взаимодействия на малых расстояниях. Ее вид существенно зависит от характера квазилокальных (контактных) членов. Возможный вид амплитуды обсуждается для моделей с выключенным сильным взаимодействием на малых расстояниях и в модели, где такое взаимодействие масштабно инвариантно.

Из опытов по $e^{\pm}e$-столкновениям можно непосредственно извлекать информацию о зависимости сечений $\gamma\gamma$-рассеяния от эффективной массы рожденных частиц $w = \sqrt{(q_1 + q_2)^2}$ и от масс фотонов q_1^2 и q_2^2 как для пространственноподобных фотонов (реакция $e^{\pm}e \to e^{\pm}e + h$ (адроны), рис. 1, *a*, ср. [1]),так и для времениподобных при $q_1^2 > w_1^2 q_2^2$ (реакция $e^+e^- \to \mu^+\mu^- h$, рис. 1, *b*, ср. [2]).

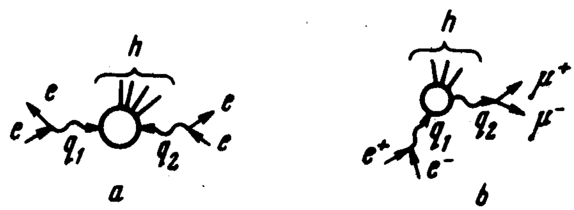

Рис. 1

1. Измеряемые в этих процессах сечения $\gamma\gamma$-рассеяния связаны по оптической теореме с абсорбтивной частью амплитуды $\gamma\gamma$-рассеяния вперед $W^{\mu\nu\mu'\nu'}(q_1^2,\ q_2^2,\ w^2,\ t=0)$, которая в свою очередь выражается через произведение четырех электромагнитных токов

$$W^{\mu\nu\mu'\nu'}\delta(q_2-q_2^1)=\frac{1}{2(2\pi)^4}\int\prod_{i=1}^{4}d^4x_i\ e^{iq_1(x_1-x_3)+iq_2x_2-iq_2'x_4}\ \times$$

$$\times\ <0|\,[T^*\{J^{\mu'}(x_1)J^{\nu'}(x_2)\}^*,\quad T^*\{J^{\mu}(x_3)J^{\nu}(x_4)\}]_-|\,0>.\qquad(1)$$

Употребление здесь символа T^* связано с обычной неоднозначностью T-произведения при совпадающих значениях аргументов

$$\frac{1}{e^2}\ \frac{\delta^2 S}{\delta A_\mu(x)\delta A_\nu(y)}S^+=T^*\{J^\mu(x)J^\nu(y)\}=T\{J^\mu(x)J^\nu(y)\}\ +$$

$$+\ V^a(x)\delta(x-y)P_a^{\mu\nu}\left(\frac{\partial}{\partial x},\ \frac{\partial}{\partial y}\right);\quad P_a^{\mu\nu}=\sum_{k,l=0}^{n}c_{kl}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^k\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)^l.\qquad(2)$$

При учете квазилокальных членов VP обычная редукция к T-произведениям токов невозможна. В γp-рассеянии эти члены дают вклад только в не измеряемую действительную часть амплитуды, в $\gamma\gamma$-рассеянии они существенно влияют на измеряемые величины. С их учетом измеряемая абсорбтивная часть по w^2 описывается диаграммами вида рис. 2.

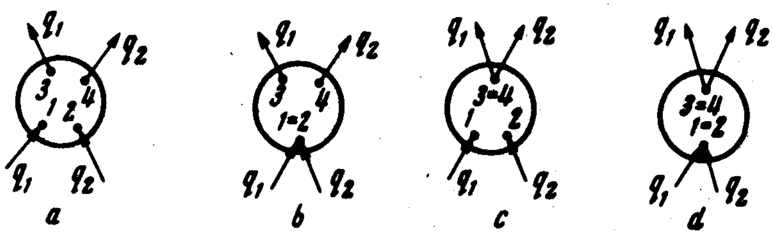

Рис. 2

Квазилокальные операторы V могут быть двух сортов.

Квазилокальные операторы первого рода возникают как добавки к обычному электромагнитному взаимодействию $J^\mu A_\mu$, необходимые чтобы обеспечить градиентную инвариантность результата во втором порядке по e. Они появляются в теориях с заряженными бозонами, где кинетический член $\sim (\partial_\mu \phi)^2$, и минимальное электромагнитное взаимодействие имеет вид $eJ^\mu A_\mu + e^2 V^{\mu\nu} A_\mu A_\nu$. (Например, для самодействующего пионного поля $V = \pi^* \pi$; $P = g^{\mu\nu}$, в хиральной теории $V = \pi^* \pi (1 + a^2 \pi^2)^{-1}$, $P = g^{\mu\nu}$, в теории самодействующего поля Янга – Миллса $V = W^{*a} W^\beta$; $P^{\mu\nu}_{a\beta} = g^{\mu a} g^{\nu\beta} - g^{\mu\nu} g^{a\beta}$). Такие слагаемые автоматически учитываются при записи градиентно-инвариантных выражений для амплитуды; они не обсуждаются ниже.

Квазилокальные операторы второго рода происходят из взаимодействий вида $\pi^\circ F^{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \left(V \sim \pi^\circ,\ P^{\mu\nu} \sim \epsilon^{\mu\nu a\beta} \frac{\partial}{\partial x^a} \frac{\partial}{\partial y^\beta}\right)$, $\epsilon F^{\mu\nu} F^{\mu\nu} \left(V \sim \epsilon,\right.$

$$\left. P^{\mu\nu} \sim g^{\mu\nu} \frac{\partial^2}{\partial x_a \partial y_a} - \frac{\partial}{\partial x_\mu} \frac{\partial}{\partial y_\nu}\right) f^{\mu\nu} F^{\mu a} F^{\nu a} \quad \left(V \sim f^{a\beta},\ P^{\mu\nu}_{a\beta} \sim g_{\mu a} g_{\nu\beta} \times\right.$$

$$\left. \times \frac{\partial^2}{\partial x_\gamma \partial y_\gamma} + g_{\mu\nu} \frac{\partial^2}{\partial x_a \partial y_\beta} - g_{\beta\nu} g_{a\gamma} \frac{\partial^2}{\partial x_\gamma \partial y_\mu} - g_{\mu a} g_{\beta\gamma} \frac{\partial^2}{\partial x_\nu \partial y_\gamma}\right) \text{и т. п.}$$

Необходимость введения таких взаимодействий выяснилась при изучении распада $\pi^\circ \to 2\gamma$ в схеме PCAC (ср. [3]) и распада $\epsilon \to 2\gamma$ в схеме нарушенной масштабной инвариантности [4] (треугольные аномалии). Такие взаимодействия градиентно инвариантны. Однако, для соответствующих адронных операторов V записать простой закон сохранения (типа сохранения тока) не удается. Из градиентной инвариантности следует лишь, что $\partial_\mu V^a(x)\, P^{\mu\nu}_a A_\nu(x) = 0$.

Из V^a можно выделить различные тензорные операторы, например, скалярный, псевдоскаляторный, тензорный,.... Ниже говоря о V, мы имеем в виду один из них.

2. Существенное преимущество рассматриваемых процессов над остальными известными состоит в том, что здесь возможно непосредственное исследование сильного взаимодействия на малых расстояниях, в условиях, когда взаимодействие на больших расстояниях не влияет на амплитуду. Действительно, согласно [2, 5], в измеряемой абсорбтивной части амплитуды $\gamma\gamma$-рассеяния вперед при

$$q_1^2 q_2^2 >> w^2 m_\circ^2 = (q_1 + q_2)^2 m_\circ^2 >> m_\circ^4; \quad -q_i^2 >> m_\circ^2;$$
$$q_1^2 \sim q_2^2 >> w^2 >> m_\circ^2; \quad m_\circ \sim 1\ Гэв/c^2 \tag{3}$$

основной вклад в интеграл (1) вносит область малых значений всех расстояний $x_{ij}^2 = (x_i - x_j)^2$ на рис. 2, *а* вклад больших расстояний подавлен. В частности, при $-q_1^2 \sim -q_2^2 >> m_\circ^2$ эта область такова [5]:

$$|x_{12}^2|,\ |x_{34}^2| \lesssim \frac{2q_1 q_2}{q_1^2 q_2^2} = \frac{w^2}{q_1^2 q_2^2} - \frac{1}{q_1^2} - \frac{1}{q_2^2}; \quad |x_{13}^2| \lesssim \frac{2q_1 q_2}{w^2 q_1^2};$$

$$|x_{24}^2| \lesssim \frac{2q_1 q_2}{w^2 q_2^2}; \quad |x_{14}^2| \lesssim \frac{2q_1 q_2}{w^2 q_1^2 q_2^2}(w^2 - q_2^2); \quad |x_{23}^2| \lesssim \frac{2q_1 q_2}{w^2 q_1^2 q_2^2}(w^2 - q_1^2). \tag{4}$$

В различных моделях сильного взаимодействия на малых расстояниях удается получить довольно определенные предсказания для амплитуды в области (3).

3. Из алгебры билокальных операторов на световом конусе [5] и из партонной модели (ср. обзоры [6]) следует, что сечение перехода $\gamma\gamma \to h$ в области (3) только множителем отличается от сечения рождения пары точечных частиц

$$\sigma_{\gamma\gamma\to h} = C_1 \sigma_{\gamma\gamma\to\mu^+\mu^-} + C_2 \sigma^{(\mathrm{Born})}_{\gamma\gamma\to\pi^+\pi^-} \sim f_0\left(\frac{q_1^2}{w^2}\ \frac{q_2^2}{w^2}\right)\frac{1}{\sqrt{(q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2}} ;$$

$$C_1,\ C_2 \sim \mathrm{const}\ . \qquad (5)$$

Соответствующая амплитуда $\gamma\gamma$-рассеяния вперед описывается простейшими диаграммами вида рис. 3. (Этот вывод легко понять, заметив, что в таких моделях сильное взаимодействие на малых расстояниях по существу выключено).

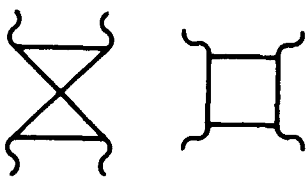

Рис. 3

Следует отметить, что при выводе (5) неявно предполагалось, что электромагнитное взаимодействие минимально, т. е. что квазилокальных членов второго рода нет. Однако, оставаясь в рамках схемы, можно добавить такие слагаемые, например, $\sim \bar\psi \gamma^5 \psi F^{\mu\nu} \tilde F^{\mu\nu}$[1]. Тогда доминировать начинает простейшая диаграмма рис. 2, и сечение (для поперечных фотонов) должно расти как $w^2 \sqrt{(q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2}$.

4. Если сильное взаимодействие на малых расстояниях масштабно (и конформно) инвариантно, то поведение амплитуды определяется величиной аномальных размерностей операторов J и V (аномальная размерность оператора – его масштабная размерность – каноническая). Как известно, аномальная размерность тока равна нулю, в силу его сохранения. Аномальная размерность η оператора V, вообще говоря, отлична от нуля.

С учетом этого в области (3) инвариантные амплитуды процесса должны иметь вид (с точностью до тривиальных множителей)

$$f\left(\frac{q_1^2}{w^2}, \frac{q_2^2}{w^2}\right) + w^{\eta}\,\Gamma\left(\frac{q_1^2}{w^2}, \frac{q_2^2}{w^2}\right) + C w^{2\eta}\ . \qquad (6)$$

Здесь первое слагаемое соответствует четырехточечной функции рис. 2,*a*, второе – трехточечным функциям рис. 2,*b*, *c*, последнее – двухточечной функции рис. 2,*d*. (Не исключено, что при $\eta \neq 0$ второе слагаемое (6) обратится в нуль в силу градиентной инвариантности – ср. [7]).

[1] Проблему ренормируемости получающегося взаимодействия и радиационных поправок следует решать с учетом наведенного неэлектромагнитного взаимодействия партонов на малых расстояниях.

Таким образом, возникает следующая альтернатива:

A. Если $\eta > 0$, то при достаточно больших w амплитуда просто растет как $w^{2\eta}$ и не зависит от масс фотонов q_i^2 (вклад рис. 2, d). Первая поправка к этойвеличине (вклад рис. $2b$, c) вычисляется по хорошо известным правилам [7]. Случай $\eta \sim 0$ требует здесь отдельного подробного рассмотрения.

B. Если $\eta \leqslant 0$ или квазилокальные члены по какой либо причине несущественны, то инвариантные амплитуды удовлетворяют простому закону подобия[1)]

$$W = f\left(\frac{q_1^2}{w^2}, \frac{q_2^2}{w^2}\right), \tag{7}$$

Подчеркнем, что сильное взаимодействие на малых расстояниях, приводящее к масштабной инвариантности, должно привести и к тому, что отношение $\sigma_{\gamma\gamma\to h}$ к сечению рождения пары точечных частиц должно быть не постоянным, – в противоположность (5). Если квазилокальный член доминирует при $\eta = 0$ за счет большого численного коэффициента, то амплитуда асимптотически постоянна.

5. В работе [10] "некоторый интеграл H от сечения перехода $\gamma\gamma \to h$ выражен через аномальную константу S распада $\pi^0 \to 2\gamma$ и величину $R = \sigma_{e^+e^-\to h}/\sigma_{e^+e^-\to\mu^+\mu^-}$ $(s\to\infty)$: $H = \frac{16}{3} S^2/R$ в предположении о масштабной и $SU(3)$-симметрии на малых расстояниях. Вывод этого соотношения представляется недостаточно полным по двум причинам: 1) в нем не учитываются квазилокальные члены, 2) остается неясным, как можно (и можно ли) выделить константу H в действительности. Кроме того, соотношение между S и временем жизни π^0 также составляет предмет специальной гипотезы. Все это не позволяет надеяться на возможность использования соотношения $H = 16S^2/3R$ для проверки масштабной симметрии взаимодействия на малых расстояниях.

Я благодарю Н.Н.Ачасова, В.М.Буднева, А.И.Вайнштейна, В.Г.Сербо и И.Б.Хриплевича за обсуждения.

Институт математики
Академии наук СССР
Сибирское отделение

Поступила в редакцию
18 февраля 1974 г.

Литература

[1] В.Е.Балакин, В.М.Буднев, И.Ф.Гинзбург. Письма в ЖЭТФ, **11**, 559, 1970; В.М.Буднев, И.Ф.Гинзбург, Г.В.Меледин, В.Г.Сербо. ЭЧАЯ, **4**, №1, 1973.

[2] D.Gross, S.B.Treiman. Phys. Rev.,**D4**, 2105, 1970.

[3] J.Schwinger. Phys. Rev.,**82**, 664, 1951; S.Adler. Phys. Rev., **177**, 2426, 1969.

---

1) Точно такая же зависимость получается из соображений размерности типа [8] при $|q_1^2|$, $w^2 >> m_0^2$, в частности и при $w^2 m_0^2 >> q_1^2 q_2^2$, где в масштабной теории закон подобия (7) должен смениться на зависимость $W = \psi[(w^2/q_1^2 q_2^2) q_1^2 q_2^2]$ (ср. [9]).

[4] M.G.Chanowitz, J.Ellis. Phys. Rev., D7, 2490, 1973.

[5] В.Г.Сербо, В.Л.Черняк. ТФ–79 Инст. Математики. Новосибирск, 1973.

[6] T.Walsh. DESY 73/48, 1973; H.Terazawa. Rev. Mod. Phys., 45, 615,1973.

[7] А.А.Поляков. Письма в ЖЭТФ, 12, 538, 1970; А.А.Мигдал.Phys. Lett., 37B, 1971.

[8] В.А.Матвеев, Р.М.Мурадян, А.Н. Тавхелидзе. Е2-4368 ОИЯИ, Дубна, 1970.

[9] И.Ф.Гинзбург, А.В.Ефремов. Phys. Lett., 36B, 371, 1971; Fortschr Phys. in print.

[10] S.Ferrara, A.F.Grillo, G.Parisi. Phys. Lett., 45B, 63, 1973.