Письма в ЖЭТФ, том 19, вып. 8, стр. 503 – 507 20 апреля 1974 г.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯДА В ПОЛЕ КЕРРА

И.М.Тернов, В.Р.Халилов, Г.А.Чижов, И.И.Маглеванный

Дан детальный анализ свойств электромагнитного излучения, возникающего от заряда, движущегося по круговой геодезической линии в экваториальной плоскости поля Керра. Полученные результаты при определенных значениях параметров применимы к полю Шварцшильда.

В настоящей статье рассмотрен процесс электромагнитного излучения заряда, движущегося по круговой геодезической линии в поле Керра [1].

Свойства излучения, как и в плоском пространстве, существенно зависят от величины полной энергии заряда.

Исследуются два вида электромагнитного излучения[1]: 1)излучение от заряда, движущегося по устойчивой круговой геодезической линии $\left(\frac{E}{\mu c^2} < 1\right.$, E – полная энергия, μ – масса частицы) и 2) собственно синхротронное излучение [2], испускаемое зарядом при движении по релятивистской геодезической линии $\left(\frac{E}{\mu c^2} >> 1\right)$.

А.Нерелятивистский источник.

Если угловая скорость частицы $\omega_p = d\phi/dt$ удовлетворяет неравенству $\omega_p < \Omega$ ($\Omega = a/2(1 + \sqrt{1-a^2})$ – угловая скорость дыры, M – масса, a – параметр связанный с моментом вращения дыры J: $J = aM^2$ [1]) то волны, распространяющиеся к абсолютному горизонту событий $x_{гор}$ (поверхность одностороннего клапана), могут, согласно [3], усиливаться при "отражении" от дыры. Полную мощность излучения, выходящего к наблюдателю на бесконечность, можно представить в виде суммы двух частей

$$W_c = W_з + W_д, \qquad (1)$$

где $W_з$ и $W_д$ – мощности излучения заряда и дыры соответственно. Отношение

$$\frac{W_д}{W_c} = k(x_p) = \frac{4b(x_p)}{(1 + b(x_p))^2} f(x_p) \qquad (2)$$

назовем "коэффициентом усиления излучения" для каждой гармоники основной частоты, где

$$b = (\omega_p\delta)^{2l+1} 2^{2l} Q \prod_{n=1}^{l} \left(1 + \frac{4Q^2}{n^2}\right) \left[\frac{l!(l-1)!(l+1)!}{(2l)!\,(2l+1)!}\right]^2 \qquad (3)$$

$$\omega_p = \frac{1}{x_p^{3/2} + a}, \quad \delta = 2\sqrt{1-a^2}, \quad Q = \frac{2x_{гор}}{\delta}(\Omega - \omega_p), \quad x_{гор} = 1 + \sqrt{1-a^2},$$

а функция $f(x_p)$ выражается через решения соответствующих волновых уравнений. Мощность излучения заряда равна:

$$W_б = W_c(1 - k), \qquad (4)$$

---

[1] Используется вид метрики Керра в координатах t, r, θ, ϕ, данный Бойером и Линквистом (см. [1]) в системе единиц $G = c = 1$. Рассматриваются, так называемые, прямые круговые орбиты в экваториальной плоскости метрики Керра радиуса x_p. Величины Ω, ω_p, x_p, $x_{гор}$ выражены в единицах массы M:
$$\omega_p = \frac{d\phi}{dt}\frac{1}{M}, \quad x_p = \frac{r_p}{M}, \quad x_{гор} = \frac{r_{гор}}{M}.$$

где k может быть как положительной, так и отрицательной величиной. Коэффициент усиления (2) зависит от расположения источника, точнее от расстояния от x_p до $x_{гор}$. С точки зрения физики явления этот результат объясняется тем, что усиливаются лишь волны, падающие на $x_{гор}$, а так как источник всегда находится внутри потенциального барьера для излучения, расстояние от источника до $x_{гор}$ существенно. "Волны" к $x_{гор}$ и на $+\infty$ распространяются подбарьерно вплоть до точек поворота x_1, $x_2 (x_2 > x_1)$, в которых $\omega^2 = u_{эфф}(a, r, l)$.

Отсюда ясно, что при различных расположениях источника значение k может меняться, так как амплитуды усиливаемых волн будут разными. В частности, если x_p лежит вблизи точки поворота x_2 и $x_p >> x_{гор}$, то $f(x_p) \sim 1/4$ и значение k определяется величиной b. Отметим здесь что величина b зависит от характера движения частицы. Если частица движется по геодезической линии в данном поле, то $b \sim \dfrac{1}{(x_p^{3/2})^{2l+1}}$ монотонно падает с ростом x_p. Для негеодезических круговых траекторий b может не зависеть от x_p [4]. При $x_p \sim x_{гор}$ величина k может стать большой.

Рассмотрим некоторые предельные случаи.

1) Пусть $x_p >> 1$ (область сильного гравитационного поля). Тогда излучение происходит на основном тоне, причем мощность равна

$$W_c = \frac{2}{3} \frac{e^2}{M^2} \frac{x_p^2 \omega_p^2}{(1-b)^2} \left(1 - \frac{3}{4x_p}\right). \qquad (5)$$

Здесь e – заряд частицы. Фактор $(1-b)^{-2}$ характеризует эффекты усиления ($b > 0$) и ослабления ($b < 0$) волн при отражении их от дыры.

2) Если заряд находится вблизи абсолютного горизонта событий "черной дыры", имеющей максимально возможный момент вращения $a \to 1$, то его угловая скорость $\omega_p = \frac{1}{2} - \epsilon$, $\epsilon \sim (x_p - 1) << 1$, $\Omega = \frac{1}{2}$. И тогда получаем

$$W_c = \frac{15\epsilon^4}{(1-b)^2} I, \quad I = \frac{2}{3} \frac{e^2}{M^2} \omega_p^{8/3} \qquad (6)$$

I – интенсивность дипольного излучения частицы, вращающейся с угловой скоростью ω_p вокруг ньютоновского центра массы M. В этой области значительная часть излучения захватывается дырой.

Особый интерес вызывает вопрос о влиянии "сил реакции" излучения на излучающую частицу. При анализе этих сил существенным является то, что при $\Omega > \omega_p$ фазовая скорость волны, "распространяющейся" в системе наблюдателя, вращающегося вместе с дырой, от частицы к $x_{гор}$ для далекого наблюдателя направлена к x_p[1)] (область $x < x_p$),

[1)] Фазовая скорость волны в системе далекого наблюдателя противоположна групповой, которая в любой системе отсчета направлена в сторону поверхности горизонта событий.

т. е. эта волна может производить над частицей положительную работу. Если эта часть работы будет компенсировать "отрицательную" работу сил реакции излучения, обусловленную излучением "расходящейся" в области $x > x_p$ волны, то движение частицы по данной орбите будет устойчивым (плавающая орбита) [5]. Если частица излучает лишь на основном тоне и находится в области $1 < x_p < 3$, то при $a \to 1$ существует плавающая орбита. Радиус такой орбиты находится из условия $W_3 = 0$, что оценочно дает $x_p^{\text{п}} \sim 2$.

Б. Релятивистский источник.

Если $E/\mu c^2 >> 1$, то круговые орбиты частицы лежат вблизи светогеодезических. Рассмотрим орбиты с $x_p = x_0(1 + \Delta)$, $\Delta << 1$ (x_0 – радиус светогеодезических). Основной вклад в интенсивность излучения в этом случае дают высокие гармоники основной частоты: $\omega = m\omega_p$, $m >> 1$. На всех релятивистских орбитах $\omega_p > \Omega$, т. е. усиление волн, излучаемых частицей, "дырой" невозможно.

Геодезическое электромагнитное синхротронное излучение (ГСИ) характеризуется следующими свойствами. 1) Спектрально-угловые распределения интенсивностей ГСИ, соответствующие σ- и π-компонентам линейной поляризации [2], имеют вид

$$W_{\sigma,\pi} = \frac{1}{32\pi^{3/2}} \frac{\theta^2}{M^2} x_0(x_0 - 1)\, e^{-C(x_0) - \frac{\pi}{2}\left\{\frac{m}{m_0} + [2(l - |m|) + 1]\tilde{\mu}\right\}} C_{\sigma,\pi}, \tag{7}$$

$$C_\sigma = \frac{8 \cdot 3^{1/4}}{(3 + x_0)^2 \omega_0^{1/2}} \left|\Gamma\left(\frac{1}{4} + \frac{im}{2m_0} + \frac{i3\tilde{\mu}}{2}\right)\right|^2 2m^{1/2}\pi^{-1/2}\sin^{2(m-1)}\theta \times$$

$$\times (1 + \cos^2\theta)\,\delta_{e,m}, \tag{8}$$

$$C_\pi = 3^{1/4}\omega_0^{1/2} \left|\Gamma\left(\frac{3}{4} + \frac{im}{2m_0} + \frac{i\tilde{\mu}}{2}\right)\right|^2 4m^{-1/2}\pi^{-1/2}\sin^{2(m-1)}\theta \times$$

$$\times (1 + m^2\cos^2\theta)\,\delta_{e,|m|+1}.$$

Здесь введены обозначения:

$$m_0 = \frac{2\sqrt{3}}{x_0\omega_0} E^2, \quad \omega_0 = \frac{2}{\sqrt{x_0}(3 + x_0)}, \quad \tilde{\mu} = \frac{1 - \frac{a^2\omega_0^2}{2}}{2x_0\omega_0\sqrt{3}},$$

$$C(x_0) \approx 0{,}02 \quad (a = 0), \qquad C(x_0) = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad (a = 1).$$

Излучение в данном случае неизотропно и сосредоточено вблизи экваториальной плоскости в области углов $\theta = \frac{\pi}{2} \pm \tilde{\Delta}\theta$, $\tilde{\Delta}\theta \sim m^{-1/2}$. Как и в нерелятивистском случае при $a \to 1$, что соответствует в формулах (7), (8), (9) $x_0 \to 1$, интенсивность излучения уменьшается существенно с приближением источника к абсолютному горизонту событий. Множитель $e^{-\frac{\pi}{2}\left\{\frac{m}{m_0}+[2(l-|m|)+1]\tilde{\mu}\right\}}$ обеспечивает эффективное обрезание интенсивности ГСИ для больших гармоник $m > m_0$ и больших углов $\widetilde{\Delta\theta}$.

2) Разделение по поляризациям соответствует разделению по четности излучаемых мод: $W_\sigma \sim (-1)^l$, $W_\pi \sim (-1)^{l+1}$. Вклады от нечетных мод в W_σ и от четных в W_π не превышают нескольких процентов. Здесь всюду l – полный момент волны.

3) Относительные вклады W_σ и W_π в полную мощность $W = W_\sigma + W_\pi$ слабо меняются с параметром a и равны

$$\frac{W_\sigma^{a=0}}{W^{a=0}} \cong 94\%, \qquad \frac{W_\sigma^{a=1}}{W^{a=1}} \cong 93\%.$$

Глобальное излучение практически линейно поляризовано, однако для $m \ll m_0$ есть такие углы $\theta_0(m) \cong \frac{\pi}{2} \pm 1{,}2\, m^{-1/2}$, что $W_\sigma(m, m_0, \theta_0) = W_\pi(m, m_0, \theta_0)$, т. е. при данных $\theta_0(m)$ излучение имеет круговую поляризацию. Вообще говоря, волны, распространяющиеся под углами $\theta \neq \pi/2$ поляризованы по эллипсу.

4) Плоскость поляризации электромагнитной волны при распространении волн под углом $\theta_1 \neq \pi/2$ в поле Керра поворачивается на угол:

$$\beta \sim a\omega_0 \left(\cos\theta_1 + \frac{1}{m}\right).$$

5) Глобальная интенсивность ГСИ равна

$$W \cong \frac{c e^2}{r_p^2}\left(\frac{E}{\mu c^2}\right)^2 \text{при } x_0 \neq 1.$$

6) При $x_0 = 3$, что соответствует значению $a = 0$, формулами (7), (8), (9) описывается процесс излучения электромагнитных волн релятивистской частицей в поле Шварцшильда.

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

Поступила в редакцию 1 марта 1974 г.

Литература

[1] Я.Б.Зельдович, И.Д.Новиков. Теория тяготения и эволюция здезд, М., изд. Наука, 1971.

[2] Синхротронное излучение. Сб. статей под редакцией А.А.Соколова, И.М.Тернова, М., изд. Наука, 1966.

[3] Я.Б.Зельдович. Письма в ЖЭТФ, **14**, 270, 1971.

[4] А.А.Старобинский, С.М.Чурилов. ЖЭТФ, **65**, 3, 1973.

[5] S.A. Teukolsky. Phys. Rev. Lett., **29**, 1114, 1972.