Письма в ЖЭТФ, том 19, вып. 8, стр. 545 – 548 *20 апреля 1974 г.*

О ДВУХЧАСТИЧНО-ДВУХДЫРОЧНЫХ УРОВНЯХ В ЯДРАХ В МЕТОДЕ ФУНКЦИИ ГРИНА

С.П.Камерджиев

Микроскопическая теория ядра в настоящее время позволяет довольно хорошо описать "однофононные" уровни в ядрах, которые на микроскопическом языке интерпретируются как суперпозиция одночастично-однодырочных конфигураций ($1p\ 1h$-конфигураций). Однако относительно чистые $1p1h$-уровни лежат лишь в самой нижней части спектра возбуждения ядра. С увеличением энергии возбуждения роль состояний более сложной природы значительно возрастает. Об этом, в частности, свидетельствует существование "двухфононных" уровней (триплет 0^+, 2^+, 4^+ в сферических ядрах, квадрупольно-октупольные, дипольно-квадрупольные уровни и др.)[1]. В данной работе в рамках метода функций Грина получены микроскопические уравнения, описывающие двухфононные уровни в ядрах и их связь с однофононными уровнями (здесь излагается лишь идея подхода). В отличие от непосредственного рассмотрения совокупности $1p\ 1h$- и $2p\ 2h$-конфигураций [1], использующего метод уравнений движения, метод функций Грина позволяет корректно ввести и использовать в аппарате теории хорошо известный факт коллективизации $1p\ 1h$-состояний, что эквивалентно разложению по некоторым "затравочным" однофононным состояниям.

Рассмотрим ферми-систему с четным числом частиц, в которой отсутствует спаривание и ограничимся явным рассмотрением $1p\ 1h$- и $2p\ 2h$-конфигураций. При возбуждении такой системы возможны следующие элементарные процессы: $1p\,1h \to 1p1h$, $1p\,1h \to 2p\,2h$, $2p\,2h \to 1p\,1h$, $2p\,2h \to 2p\,2h$ (или более кратко $2 \to 2$, $2 \to 4$, $4 \to 2$, $4 \to 4$). Для последовательного микроскопического описания соответствующих возбужденных состояний необходимо написать связанную систему уравнений для двух-, трех- и четырехчастичных причинных функций Грина, взятых при определенном порядке времен одночастичных операторов. Двухчастичная функция (обозначим ее через K_{22}) подробно рассмотрена в [2]. Введем трехчастичную функцию Грина K_{24}

$$K_{24}(11', 22', 33') = i^3 < T[\psi_{(x_1)}\psi(x_2)\psi(x_3)\psi^+(x_1')\psi^+(x_2')\psi^+(x_3')] >$$

$$t_1, t_1' > t_2, t_2', t_3, t_3',$$

где $1 \equiv \{\mathbf{r}_1, s_1, t_1\}$, $\psi(x)$ – одночастичные операторы в представлении Гайзенберга. Уравнения для K_{22} и K_{24} имеют вид

$$K_{22}(11', 22') = G(12)G(1'2') + K_{22}(11', 33')U_{22}(33', 44')G(42)G(4'2') +$$

$$+ K_{24}(11', 33', 44')U_{42}(33', 44', 55')G(52)G(5'2'), \qquad (1)$$

[1] Проблема "лишних" уровней в ядрах (т. е. уровней, не укладывающихся в $1p\,1h$-схему), по-видимому, также связана с задачей учета конфигураций, более сложных, чем $1p\,1h$-конфигурации.

$$K_{24}(11',22'33') = K_{22}(11',44')U_{24}(44',55'66')G(52)G(5'2')G(63)G(6'3') +$$

$$+ K_{24}(11',44'55')U_{44}(44'55',66'77')G(62)G(6'2')G(73)G(7'3'),$$

где G – одночастичная функция Грина и предполагается интегрирование по повторяющимся аргументам. Амплитуды взаимодействия U_{ik} по определению неприводимы по $1p1h$- и $2p\,2h$-каналам (не содержат частей, соединенных как $1p\,1h$-, так и $2p\,2h$-линиями). Для краткости мы не выписываем здесь слагаемые , соответствующие связанным и несвязанным частям амплитуд U_{24}, U_{42}, и U_{44} и всевозможным перестановкам аргументов.

Уравнения (1) описывают состояния ядра, являющиеся суперпозицией $1p\,1h$- и $2p\,2h$-конфигурацией. Можно показать, что при определенных предположениях из уравнений (1) получаются уравнения для одночастичной и двухчастичной матриц плотности в обобщенном методе хаотических фаз [1]. Однако соответствующие уравнения (см. [1,3]) являются очень громоздкими и неудобными для физического анализа, поскольку в исходных уравнениях (1) явно не учтен факт коллективизации $1p\,1h$-конфигураций. Чтобы это сделать, преобразуем уравнения (1) так, чтобы в них входили не $2p\,2h$-конфигурации, а некоторые "двухфононные" конфигурации. Для этого введем функцию Грина K, которая описывает "затравочные" фононы и удовлетворяет уравнению (в символическом виде)

$$K = GG + KU_{22}GG\,. \tag{2}$$

уравнение для K_{24} нетрудно перенормировать следующим образом

$$K_{24} = K_{22}U_{24}KK + K_{24}U'_{44}KK\,, \tag{3}$$

где

$$U'_{44} = U_{44} - K^{-1}U_{22} - U_{22}K^{-1} - U_{22}U_{22}.$$

Введем теперь полные амплитуды взаимодействия Γ_{22} и Γ'_{24}:

$$K_{22} = GG + GG\Gamma_{22}GG, \quad K_{24} = GG\Gamma'_{24}KK \tag{4}$$

тогда из (1), (3) и (4) получаем уравнения для Γ_{22} и Γ'_{24}

$$\Gamma_{22} = U_{22} + \Gamma_{22}GGU_{22} + \Gamma'_{24}KKU_{42}\,,$$

$$\Gamma'_{24} = U_{24} + \Gamma_{22}GG\;U_{24} + \Gamma'_{24}KKU'_{44}\,. \tag{5}$$

Рассмотрим свойства функции K. Перейдем в дальнейшем к представлению одночастичных волновых функций $\phi_{\lambda_1} \equiv \phi_1$ [2]. Функция K

отличается от полной функции K_{22} лишь тем, что в K не входят $2p\,2h$-конфигурации. Поэтому K можно записать в виде

$$K(11',22',r_1,r_2,\omega) =$$

$$-i\sum_s\left\{\frac{\chi_{os}(11',r_1)\chi_{so}(22',r_2)}{\omega-\omega_s+i\gamma} - \frac{\chi_{os}(22',r_2)\chi_{so}(11',r_1)}{\omega+\omega_s-i\gamma}\right\} + K_{reg}, \qquad (6)$$

где $r_1 = t_1 - t_1'$, $r_2 = t_2 - t_2'$, индексом s нумеруются только $1p\,1h$-состояния и неизвестную часть K_{reg} можно считать плавной функцией ω. Функции χ_s и ω_s определяют свойства "затравочных" фононов и, согласно (2), удовлетворяют уравнению

$$\chi_s = GGU_{22}\chi_s\,. \qquad (7)$$

Уравнения (5) содержат интегрирование по энергетическим переменным как в областях близких к поверхности Ферми, так и по далеким областям, в которых $G = G_{reg}$ [2] и $K = K_{reg}$. Выполним перенормировку уравнений (6) так, чтобы в них явно входило только интегрирование по близким к поверхности Ферми областям, а неизвестные регулярные части G- и K-функций были бы включены в перенормированные амплитуды взаимодействия. Для этого разобьем произведения GG и KK на два слагаемых $GG = A + B$, $KK = A^1 + B^1$, где A и A^1 содержат полюсные слагаемые, а B и B^1 – регулярные. В результате перенормировки получаем

$$\begin{aligned}\Gamma_{22} &= F_{22} + \Gamma_{22}AF_{22} + \Gamma_{24}'A^1F_{42}\,,\\ \Gamma_{24}' &= F_{24} + \Gamma_{22}AF_{24} + \Gamma_{24}'A^1F_{44}\,.\end{aligned} \qquad (8)$$

где перенормированные амплитуды F удовлетворяют уравнениям, похожим на уравнения (10), в которые входят только регулярные слагаемые B и B^1 и вместо F_{ik} стоят U_{ik}.

Используя выражения для величин Γ_{22} и Γ_{24}' вблизи искомого полюса ω_r [2,3] $\Gamma_{22} = g_2g_2/(\omega-\omega_r)$, $\Gamma_{24}' = g_2g_4/(\omega-\omega_r)$, получаем вместо (8) более простые уравнения для блоков g_2 и g_4

$$g_2(11') = \sum_{2,2'} g_2(22')A_{22'}F_{22}(22',11') + \sum_{s,s'} g_4(ss')A^1_{ss'}F_{42}(ss',11'),$$

$$g_4(s_1s_2) = \sum_{22'} g_2(22')A_{22'}F_{24}(22',s_1s_2) + \sum_{ss'} g_4(ss')A^1_{ss'}F_{44}(ss',s_1s_2), \qquad (9)$$

$$F_{42}(ss',11') = \sum_{33',44'} \chi_s(33')\chi_{s'}(44')F_{42}(33',44'11');$$

$$A_{22} = \frac{n_2-n_2'}{\epsilon_2-\epsilon_2'-\omega}\,,\quad A^1_{ss'} = \frac{2\omega_{ss'}}{\omega^2-\omega^2_{ss'}}\,,\quad \omega_{ss'} = \omega_s+\omega_{s'}\,.$$

Уравнения (9) написаны для простейшего случая, когда отличны от нуля только связанные слагаемые амплитуд F_{24}, F_{42}, F_{44} и предполагается, что амплитуды F слабо зависят от энергетических переменных, так что их можно вынести за знак интеграла. При этом использовано приближение $X_{s0} = X_{0s}$, справедливое в наиболее важном случае эффективных полей, зависящих только от координат (например, "затравочные" фононы с $l^{\pi} = 0^+, 1^-, 2^+, 3^-$).

Уравнения (9) дают собственные функции и собственные энергии состояний ядра, являющихся линейной комбинацией $1p\,1h$-возбуждений и двухфононных возбуждений (которые характеризуются индексами s и s'). Эффективные амплитуды взаимодействия квазичастиц F не могут быть найдены в рамках данного подхода и должны быть определены из эксперимента или с помощью какого-либо приближенного метода.

Полученные уравнения удобны тем, что вместо утомительного суммирования $2p\,2h$-конфигураций суммирование в $2p\,2h$-канале выполняется по состояниям s "затравочных" фононов, собственные функции и энергии которых определяются отдельно решением уравнений (7). Это значительно уменьшает порядок матрицы при численном решении и облегчает качественный анализ уравнений (9), поскольку в последнем случае можно приближенно пользоваться известными свойствами однофононной задачи или взять их из эксперимента. Кроме того, применение аппарата функций Грина позволяет последовательно ввести и более отчетливо понять смысл феноменологических констант, входящих в теорию.

Поступила в редакцию
18 марта 1974 г.

Литература

[1] J. Sawicki. Phys. Rev. 123, 2231, 1962.

[2] А.Б.Мигдал. Теория конечных ферми-систем и свойства ядер, М., изд. Наука, 1965.

[3] С.П.Камерджиев. ЯФ, 18, 751, 1973.