Письма в ЖЭТФ, том 19, вып. 9, стр. 608 – 612 5 мая 1974 г.

МЕТОД ГИЛЬБЕРТА – ШМИДТА В ТРЕХЧАСТИЧНОЙ ЗАДАЧЕ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРШИННЫХ ФУНКЦИЙ $t \to d+n$, $t \to d^*+n$

А.Г.Барышников[1], *Л.Д.Блохинцев*[1] *И.М.Народецкий*

Из решения трехчастичных интегральных уравнений вычислены вершинные константы для виртуальных распадов $t \to d + n$ и $t \to d^* + n$, где d^* – синглетный дейтон. В модели с зависящим от спина сепарабельным потенциалом получены значения $G^2_{tdn} = 1{,}92$ *ф*, $G^2_{td^*n} = -0{,}380$ *ф*. Константа $G^2_{td^*n}$ вычислена впервые.

[1] Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ.

Как известно [1], трехчастичные амплитуды допускают простое резонансное разложение, которое получается применением резольвентного разложения, т. е. метода Гильберта – Шмидта, к интегральным уравнениям типа Фаддеева. Разложение Гильберта – Шмидта дает нам удобную основу для понимания трехнуклонной физики; в частности, недавние работы продемонстрировали полезность этого подхода для изучения условия унитарности в трехнуклонной системе [2] и для решения интегральных уравнений для 4-х нуклонов [3]. В настоящей статье мы показываем, как метод Гильберта — Шмидта может быть использован для вычисления вершинных констант G распада $t \to d + n$ и $t \to d^* + n$ (где d^* означает синглетный дейтон). Заметим, что константа G_{td^*n} является весьма важной величиной, которую можно использовать при анализе рассеяния и реакций в ядерной физике, однако, до последнего времени теоретические методы вычисления этой константы практически отсутствовали.

При вычислениях мы используем ту же потенциальную модель, что и в [1], а именно, зависящее от спина сепарабельное парное взаимодействие типа Ямагучи. Энергия связи трития для этой модели равна $E_t = -11{,}03$ *Мэв*.

Вершинную константу G_{tdn}, отвечающую виртуальному распаду $t \to d + n$, мы определяем как вычет S-волновой дублетной амплитуды nd-рассеяния $T(E)$, взятый в полюсе $E = E_t$:

$$G^2_{tdn} = \lim_{E \to E_t} (E - E_t) T(E), \qquad (1)$$

где E – энергия трех нуклонов в СЦМ. Нормировка амплитуды такова: $T(E) = -\dfrac{3\pi}{m} e^{i\delta} \sin \delta / k$, m – масса нуклона, $k = \sqrt{{}^4/_3 m(E + E_d)}$, $E_d = -2{,}23$ *Мэв* – энергия связи дейтона, δ – фаза рассеяния, $\hbar = c = 1$. G^2_{tdn} имеет размерность длины и будет выражаться в единицах ферми. Отметим, что константа G_{tdn} может быть выражена через коэффициент N в асимптотике волновой функции трития по каналу $d + n$:

$$\Psi_t(r, \rho) \underset{\rho \to \infty}{\to} N \phi_d(r)(e^{-\kappa\rho}/\rho)\, \xi, \qquad G^2_{tdn} = 27\pi^2 N^2/m^2, \qquad (2)$$

где r – расстояние между нуклонами в дейтоне, ρ – расстояние между центром масс дейтона и третьим нуклоном, $\phi_d(r)$ – волновая функция дейтона ($\int |\phi_d(r)|^2 d^3r = 1$), ξ – спин-изоспиновая функция, $\kappa^2 = \dfrac{4}{3} m(E_d - E_t)$.

Отметим также, что G^2_{tdn} связана с используемой в обзоре [4] величиной D^2 соотношением $G^2_{tdn} = {}^3/_2 D^2$; так как в [4] значения D^2 выражены в единицах 10^4 *Мэв*$^2 \cdot ф^3$, то численно $G^2 [ф] = 0{,}386 D^2 [10^4 Мэв^2 \cdot ф^3]$.

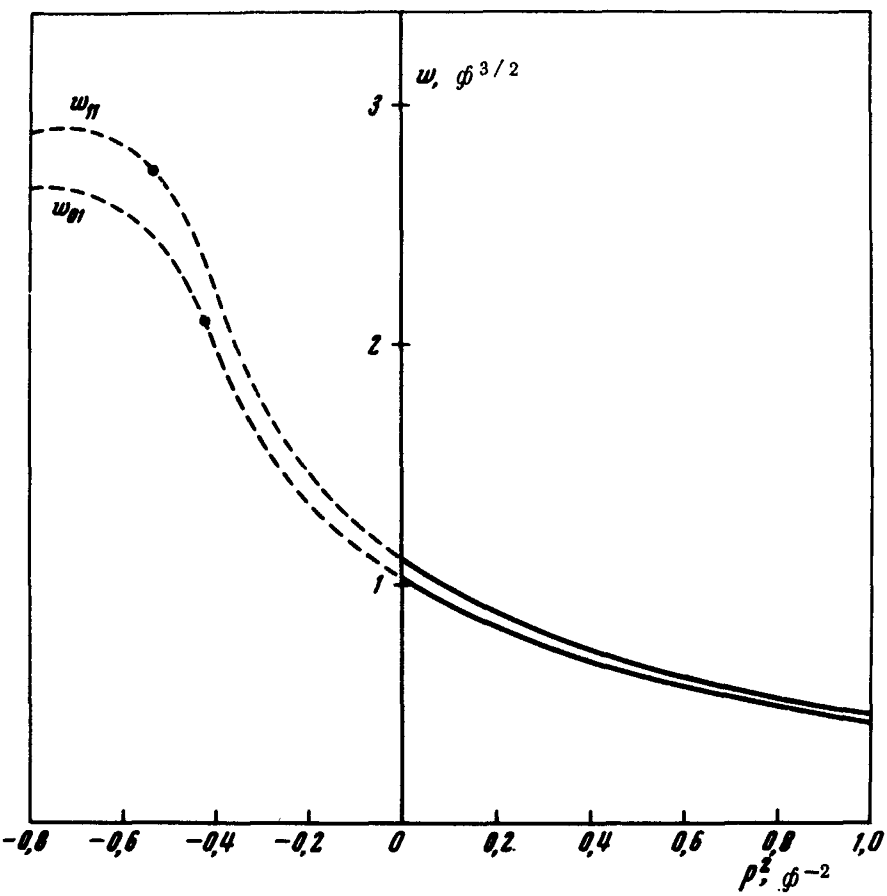
Воспользуемся далее резонансным разложением амплитуды $T(E)$, полученном в [1]:

$$T(E) = -2({}^3/_2)^{3/2} \pi^2 \frac{a_0(a_0 + \beta_0)}{m} \sum_n w_{on}(p; E) \theta_n(E) w_{on}(p; E), \quad p = \sqrt{\frac{3}{2}} k, \qquad (3)$$

где $a_0 = \sqrt{-mE_d} = 0{,}232\ ф^{-1}$, $\beta_0 = 1{,}450\ ф^{-1}$ – обратный радиус триплетного потенциала Ямагучи, w_{0n} – вершины перехода $\theta_n \rightleftarrows d + n$ (θ_n – трехчастичный гильберт-шмидтовский резонанс), $\theta_n(E) = \eta_n(E)/[1-\eta_n(E)]$ – пропагатор θ_n-резонанса. Функции $w_{0n}(p; E)$ и $\eta_n(E)$ определены выражениями (18), (19), работы [1]. При $E \to E_t$ полюс имеет только первое слагаемое в формуле (3); в результате для G^2_{tdn} получаем:

$$G^2_{tdn} = 2(^3/_2)^{3/2}\pi^2 \frac{a_0(a_0+\beta_0)}{m\gamma_1}\left[w_{01}\left(i\sqrt{\frac{3}{2}}\kappa;\ E_t\right)\right]^2, \tag{4}$$

где $\gamma_1 = (d\eta_1/dE)_{E=E_t} = 0{,}0350\ Мэв^{-1}$.



Вершинные функции $w_{01}(p; E_t)$ и $w_{11}(p; E_t)$. Точки на кривых отвечают значениям $w_{01}\ (i\sqrt{\frac{3}{2}}\kappa;\ E_t)$ и $w_{11}(i\sqrt{\frac{3}{2}}\kappa^*;\ E_t)$, использованным при вычислении G^2_{tdn} и $G^2_{td^*n}$

Значения вершины $w_{01}(p; E_t)$ при мнимых p можно рассчитать с помощью соотношения (18) работы [1], используя значения вершин w_{01} и w_{11} (w_{11} – вершина перехода $\theta_1 \rightleftarrows d^* + n$) для положительных p, которые были получены ранее при решении задачи на собственные значения[1]. Вычисленные таким образом функции $w_{01}(p;\ E_t)$ и $w_{11}(p;\ E_t)$ представлены на рисунке. В точке $p = i\sqrt{3/2}\,\kappa$ (κ = 0,532 ф^{-1}) имеем $w_{01}(i\sqrt{3/2}\,\kappa;\ E_t) = 2{,}11\ \text{ф}^{3/2}$, откуда $G^2_{tdn} = 1{,}92$ ф. Отметим, что наш метод не использует аналитической аппроксимации волновых функций.

Проведенные ранее с помощью метода интегральных уравнений расчеты дали для G^2_{tdn} значения 1,0 ф (потенциал Рейда [5]), 1,9 ф (потенциал Мальфлье - Тьона [6]) и 0,1 ф (потенциал Даревича –Грина [6]). Согласно работам [4, 7] значение G^2_{tdn} для потенциала Ямагучи равно 1,4 – 1,6 ф и отличается от вычисленного в настоящей работе. В действительности, однако, эти значения найдены не из численного решения уравнений Фаддеева, полученного в [8], а из приближенного выражения для волновой функции трития, аналитическая структура которого отвечает использованию сепарабельного потенциала, а параметры (за исключением одного) подгоняются по экспериментальным характеристикам ^{3}H [9]. Заметим в этой связи, что из работ [9] следует, что $G^2_{td^*n} \neq 0$ ($\approx$ 0,01 ф) для случая, когда синглетный дейтон d^* рассматривается как связанное $^1S_0$-состояние np с нулевой энергией связи, в то время как легко видеть, что при таком определении d^* должно быть $G^2_{td^*n} = 0$.

Корректное выражение для $G^2_{td^*n}$ можно получить, взяв вычет в полной трехчастичной амплитуде в полюсе по переменной парной энергии системы np на втором листе. В результате получим снова выражение (4), в котором нужно заменить $a_0 \to a_1 = -\ 0{,}0415\ \text{ф}^{-1}$, $\beta_0 \to \beta_1 = 1{,}165\ \text{ф}^{-1}$, $w_{01}\left(i\sqrt{\frac{3}{2}}\,\kappa;\ E_t\right) \to w_{11}\left(i\sqrt{\frac{3}{2}}\,\kappa^*;\ E_t\right)$, где a_1 – волновое число синглетного дейтона, β_1 – обратный радиус синглетного потенциала Ямагучи, $\kappa^* = \sqrt{\frac{4m}{3}\,(-a_1^2/m - E_t)} = 0{,}594\ \text{ф}^{-1}$. Используя значение $w_{11}\left(i\sqrt{\frac{3}{2}}\,\kappa^*;\ E_t\right) = 2{,}72\ \text{ф}^{3/2}$, получаем $G^2_{td^*n} = -\ 0{,}380$ ф. Можно также ввести модифицированную константу $\tilde{G}^2_{td^*n} = \frac{m}{2a_1}\,G^2_{td^*n}$, которая отлична от нуля и при $a_1 \to 0$. Величины $\tilde{G}^2$ естественно возникают, например, при описании реакций $(t,\ N)$ в рамках механизма двухнуклонной передачи, если вместо полюсного приближения для амплитуды взаимодействия передаваемой пары нуклонов использовать приближение нулевого или эффективного радиуса. Для $\tilde{G}^2_{td^*n}$ получаем значение 21,8 ф; для сравнения укажем, что $\tilde{G}^2_{tdn} = \frac{m}{2a_0}\,G^2_{tdn} = 19{,}7$ ф.

Подчеркнем, что величина $G^2_{td^*n}$ связана соотношением типа(1) с амплитудой nd^*-рассеяния в состоянии $^2S_{1/2}$, $T = 1/2$. Если в форму-

---

[1] Авторы благодарны Е.С.Гальперн и В.Н.Ляховицкому за предоставление численных значений этих функций.

ле (1) вместо амплитуды с определенным полным изоспином подставить амплитуду с определенными проекциями изоспинов рассеивающихся частиц, то приведенные выше значения $G^2_{td^*n}$ и $\tilde{G}^2_{td^*n}$ следует умножить на $< 1 0 \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}; \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2} >^2 = 1/3$; для вершины $t \to d + n$ эти два определения совпадают, так как соответствующий изоспиновый фактор равен единице.

Найденное в настоящей работе значение $G^2_{tdn} = 1,92$ *ф* превышает феноменологические значения G^2_{tdn}, полученные из анализа реакций (t, d), (d, t) и реакций с легчайшими ядрами в рамках периферийной модели [10] ($G^2_{tdn} = 1,11 \pm 0,05$ *ф*) и метода искаженных волн [4] ($1,04 \pm 0,19$ *ф*), а также из дисперсионных соотношений для амплитуды упругого nd-рассеяния вперед [11] ($1,00 \pm 0,12$ *ф*). Это обстоятельство не удивительно, поскольку используемый нами потенциал нереалистический и выбран лишь из соображений простоты для иллюстрации метода. Отметим в этой связи, что если в формуле (4) вместо $\kappa = 0,532$ *ф*$^{-1}$, что отвечает $E_t = -11,03$ *Мэв*, взять $\kappa = 0,449$ *ф*$^{-1}$, отвечающее экспериментальному значению $E_t = -8,48$ *Мэв*, то мы получим $G^2_{tdn} = 1,10$*ф*, однако такая процедура вряд ли является законной.

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
1 марта 1974 г.

Литература

[1] И.М.Народецкий, Е.С.Гальперн, В.Н.Ляховицкий. ЯФ, **16**, 707, 1972.

[2] Yu. A.Simonov, A.M.Badalyan. Preprint ITEP-89, 1973.

[3] И.М.Народецкий, Е.С. Гальперн, В.Н. Ляховицкий. Письма в ЖЭТФ, **17**, 694, 1973; Phys. Lett., **46B**, 51, 1973; И.М.Народецкий. ЯФ, **19**, 552, 1974; Препринт ИТЭФ, №9, 1974.

[4] L.J.B.Goldfarb, J.A.Gonzales, A.C.Phillips. Nucl. Phys., **A209**, 77, 1973.

[5] Y.E.Kim. A.Tubis. Phys. Rev. Lett., **29**, 1017, 1972.

[6] Ю.В.Орлов, В.Б.Беляев. Письма в ЖЭТФ, **17**, 385, 1973.

[7] J.A.Hendry, A.C.Phillips. Nucl. Phys., **A211**, 533, 1973.

[8] A.C.Phillips. Nucl. Phys., **A107**, 209, 1968.

[9] I.M.Barbour, A.C.Phillips. Phys. Rev., **C1**, 165, 1970; A.C.Phillips. Nucl. Phys., **A184**, 337, 1972.

[10] И.Борбей, Э.И.Долинский. ЯФ, **10**, 299, 1969; I.Borbely. Phys. Lett., **35B**, 388, 1971.

[11] M.P.Locher. Nucl. Phys., **B23**, 116, 1970.