

*Письма в ЖЭТФ, том 19, вып. 10, стр. 637 – 641*      *20 мая 1974 г.*

**ВЛИЯНИЕ ХАРАКТЕРА РАССЕЯНИЯ  
НА СВЯЗЬ МЕЖДУ ТОКОМ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ  
В МЕТАЛЛАХ ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ**

*Ю.М.Иванченко*

Показано, что неупругое рассеяние на примесях приводит к нарушению закона Ома. Эффект может быть обнаружен при относительно небольших плотностях токов в металлах, если примесь обладает низкоэнергетическим спектром.

Отклонения от закона Ома в больших электрических полях  $E$  достаточно подробно рассматривались теоретически и экспериментально в

полупроводниках (см., например, обзор [1]). В работах [2, 3] рассматривалось влияние больших полей на характеристики вырожденного электронного газа. Сделанные в этих работах предположения о перераспределении импульса внутри электронной подсистемы в настоящее время могут быть экспериментально реализованы лишь в полуметалах или вырожденных полупроводниках. Существуют, однако, экспериментальные результаты Янсона и Богатиной [4], которые показывают, что и в хороших металлах наблюдаются ощутимые отклонения от закона Ома. В данной статье будет показано, что в типичных металлах при рассеянии на примесях с внутренними степенями свободы при достаточно низких температурах будут наблюдаться заметные нелинейности в относительно небольших электрических полях. Интересно, что по виду этих нелинейностей возможно восстановление низкоэнергетической части спектра рассеивающих центров.

В случае, когда выполняется неравенство  $\tau_i \ll \tau$  ( $\tau_i$  – упругое время релаксации импульса<sup>1)</sup>,  $\tau$  – эффективное время релаксации энергии в электронной подсистеме) можно искать решение кинетического уравнения в виде разложения по параметру  $a = \sqrt{\tau_i/\tau^2}$  (см. также [5]). Функция распределения электронов  $f$  для изотропного металла будет зависеть лишь от  $\xi$  и  $\cos\theta$  ( $\xi$  – энергия, отсчитанная от уровня Ферми  $\epsilon_0$ ,  $\theta$  – угол между полем и направлением импульса). Для дальнейшего удобно разделить  $f(\xi, \cos\theta)$  на две аддитивные части  $f_o(\xi)$  и  $\Psi(\xi, \cos\theta)$ , где  $f_o$  – функция распределения Ферми. Представляя  $\Psi(\xi, \cos\theta)$  в виде ряда по полиномам Лежандра, с точностью до членов порядка  $a^2$  удержим лишь первые две гармоники. В связи с тем, что упругие столкновения изотропизируют функцию распределения,  $\Psi_o(\xi)$  будет иметь нулевой порядок по  $a$ , а  $\Psi_1(\xi)$  – первый. Оставшиеся гармоники, вообще говоря, не будут убывать с ростом номера, однако разложение для них будет начинаться с  $a^2$ . Уравнения для  $\Psi_o$  и  $\Psi_1$  с точностью до членов порядка  $\epsilon/a\epsilon_0$  имеют вид

$$\epsilon \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} = \frac{\tau_i}{3} I_o \{ \Psi_o \}, \quad (1)$$

$$\epsilon \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} + 2 \frac{\partial f_o}{\partial \xi} \right] = -\Psi_1 + \tau_i I_1 \{ \Psi_o, \Psi_1 \}. \quad (2)$$

Здесь  $\epsilon = eEl_i/3$ ,  $l_i$  – длина упругого пробега,  $I_o$  и  $I_1$  – нулевая и первая гармоники неупругой части интеграла столкновений.

В уравнениях (1) и (2) интеграл  $I$  учитывает столкновения с фононами и неупругое рассеяние на примесях. В общем случае решить эти уравнения нельзя в связи с нелинейным характером столкновительного члена. Поэтому необходимо несколько конкретизировать постановку за-

<sup>1)</sup> Транспортное время.

<sup>2)</sup> Следует отметить, что разложение будет иметь вид  $\sum_n a^n A_n(a\xi/\epsilon)$ . Причем  $a\xi/\epsilon$ , как будет видно из дальнейшего, немало.

дачи. Прежде всего будет предполагаться, что примесь обладает дискретным энергетическим спектром, характерные энергии которого  $\omega_n$ , удовлетворяют неравенству  $\omega_n \ll \omega_0$  ( $\omega_0$  — дебаевская энергия). В связи с этим существенной будет лишь область энергий  $|\xi| \ll \omega_0$ . В этой области фононная часть  $I_0 \{ \Psi_0 \}$  может быть аппроксимирована в виде  $-\Psi_0(\xi)/\tau(\xi)$ . В достаточно общем случае  $\tau^{-1}(\xi) \sim |\xi|^y$ . Поскольку физический смысл  $\tau(\xi)$  есть фононное время жизни электронного возбуждения (не транспортное!), то для металла  $y=3$  за исключением очень узкой области  $|\xi| < \omega_0 \sqrt{m/M}$  ( $m$  — масса электрона,  $M$  — масса иона), в которой  $y=2$  [6]. Примесная неупругая часть  $I_0^H$  до энергии  $|\xi| < \omega_1$  ( $\omega_1$  — минимальное значение  $\omega_n$ ) равна нулю и появляется лишь при  $|\xi| \geq \omega_1^{1/3}$ <sup>1</sup>. Экспериментально нетрудно реализовать ситуацию, когда  $I_0^H \ll I_0$  в области энергий  $|\xi| \sim \omega_n$ . Для этого необходимо, чтобы примеси, дающие упругие и неупругие столкновения, были различными и  $c_i \gg c_H$  ( $c_i, c_H$  — соответствующие концентрации) либо, если это одни и те же примеси, то переходы должны быть почти запрещены. Следует подчеркнуть, что уравнения (1) и (2) позволяют находить  $\Psi_0$  с точностью до членов  $\sim a$ , а  $\Psi_1 \sim a^2$ , так как в (2) было отброшено слагаемое  $\epsilon \partial \Psi_2 / \partial \xi \sim a^3$ . С учетом всех этих замечаний нетрудно разработать процедуру, позволяющую найти неупругую примесную добавку  $\Delta j$  к току  $j_0 = \sigma_i E$  ( $\sigma_i$  — обычная проводимость)

$$\Delta j = -j_0 \sum_n \frac{\tau_i}{\tau_n} \left\{ 2\phi(\omega_n) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \omega_n} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \tilde{\Psi}_0(\xi) \tilde{\Psi}_0(\xi + \omega_n) \right\}. \quad (3)$$

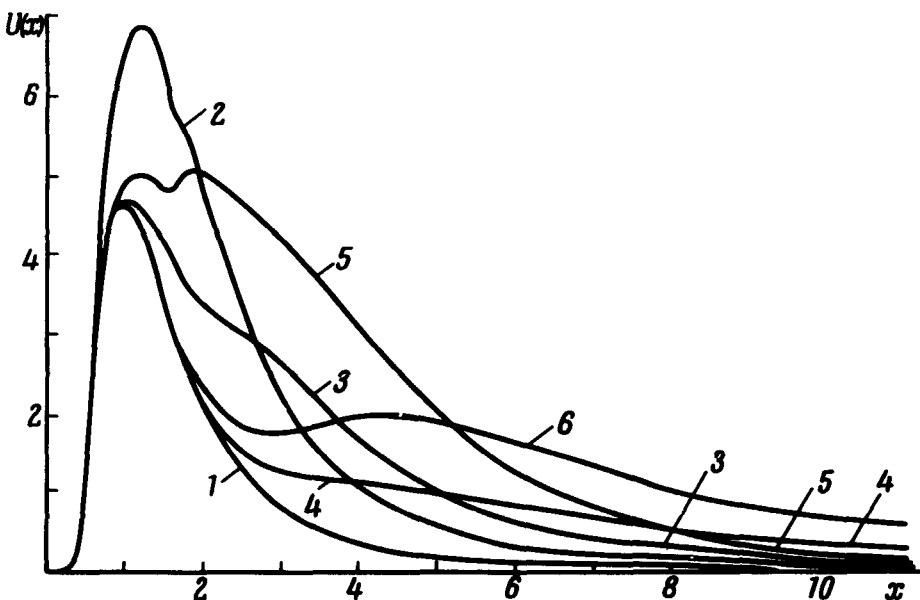
Здесь  $\tau_n$  — транспортное время для неупрого столкновения с возбуждением примеси из основного в  $n$ -е состояние,  $\tilde{\Psi}_0(\xi) = \text{sign } \xi \phi(|\xi|)$  — нулевое приближение по  $a$  для  $\Psi_0(\xi)$ ,

$$\phi(\omega) = \frac{2}{2^\nu \Gamma(\nu)} \left[ \int_0^\omega \frac{d\Omega}{\epsilon} \sqrt{\frac{\tau_i}{3\tau(\Omega)}} \right]^\nu K_\nu \left[ \int_0^\omega \frac{d\Omega}{\epsilon} \sqrt{\frac{\tau_i}{3\tau(\Omega)}} \right],$$

$\Gamma(\nu)$  — гамма-функция,  $K_\nu$  — функция Бесселя от мнимого аргумента,  $\nu = (\gamma + 2)^{-1}$ .

При выводе соотношения (3) был опущен вклад от фононной части в  $I_1$ , так как, во-первых, он содержит дополнительный малый множитель  $\sim (\omega_n/\omega_0)^2$ , во вторых, характерным масштабом изменения поля для него является  $\epsilon \sim \omega_0$ , а не  $\epsilon \sim \omega_n \sqrt{\tau_i/3\tau(\omega_n)}$  как у учтенных членов.

<sup>1)</sup> Здесь и ниже предполагается  $T \ll \omega_1$  и поэтому до возбуждения заселено лишь основное примесное состояние. Кроме этого считается, что фононы достаточно быстро отдают свою избыточную энергию в термостат, а неупругая примесная подсистема также быстро релаксирует через фононную подсистему.



Зависимость второй производной тока по полю от величины поля: кривая 1 —  $\sigma \rightarrow \infty$ ; кривая 2 —  $a=1,2, b=1$ ; кривая 3 —  $a=1,5, b=1$ ; кривая 4 —  $a=2, b=1$ ; кривая 5 —  $a=1,5, b=2$ ; кривая 6 —  $a=2, b=2$ ;  $\alpha = \omega_2 / \omega_1, b = r_1 / r_2$

Т. е. нелинейность от этого члена проявится при приведенных предположениях в полях значительно больших, чем от примесного члена. На рисунке построена зависимость производной дифференциальной проводимости  $\sigma = dj / dE$  по полю от величины этого поля в относительных единицах

$$u(x) = -\frac{1}{5} \frac{r_1 \omega_1}{\sqrt{3r_i r(\omega_1)}} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \frac{\sigma}{\sigma_i}, \quad x = \frac{10 \epsilon}{\omega_1} \sqrt{\frac{3r(\omega_1)}{r_i}}$$

для случая, когда  $y=3$  и примесь может находиться в двух возбужденных состояниях  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Как видно из рисунка, на кривой отражается энергетическая структура примеси. Причем она проявляется ярче, если вероятность перехода с ростом энергии возрастает. Первый максимум  $u(x)$  появляется в полях  $\epsilon \sim 0,1 \omega_1 \sqrt{r_i / 3r(\omega_1)}$ . Если принять  $\omega_1 / \omega_0 \sim 10^{-1}$ ,  $c_i \sim 10^{-2}$ , то плотность тока для хорошего металла при этом будет иметь порядок  $10^4 + 10^5 \text{ а/см}^2$ , что очень легко может быть реализовано экспериментально<sup>1)</sup>.

Автор признателен В.Г.Барьяхтару за обсуждение работы и полезные замечания.

Донецкий  
физико-технический институт  
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию  
12 апреля 1974 г.

<sup>1)</sup> В эксперименте Янсона и Богатиной [4] достигались плотности токов  $10^9 \text{ а/см}^2$ .

## **Литература**

- [1] Э.Конуэлл. Кинетические свойства полупроводников в сильных электрических полях, М., изд. Мир, 1970.
  - [2] Ю.М.Иванченко. ЖЭТФ, 59, 820, 1970.
  - [3] Л.А.Зильберман, Ю.М.Иванченко. ФТТ, 14, 1355, 1972.
  - [4] И.К.Янсон, Н.И.Богатина. Письма в ЖЭТФ, 16, 395, 1972.
  - [5] Б.И.Давыдов. ЖЭТФ, 7, 1069, 1937.
  - [6] А.А.Абрикосов, Л.П.Горьков, И.Е.Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике, Физматгиз, 1962, стр.245
-