Письма в ЖЭТФ, том 19, вып. 10, стр. 647 – 650   20 мая 1974 г.

ВОЗБУЖДЕНИЕ КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛН В ГЕЛИИ ВИГНЕРОВСКОЙ РЕШЕТКОЙ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ

В.Б.Шикин

Дано описание резонансного способа возбуждения капиллярных волн в жидком гелии с помощью поверхностных электронов, образующих в определенных условиях периодическую структуру на границе жидкость – пар жидкого гелия.

В работах Крандала, Вильямса [1] и Горькова, Черниковой [2] приведены соображения, свидетельствующие о возможности упорядочения поверхностных электронов на границе жидкость – пар жидкого гелия в периодическую структуру (вигнеровский кристалл). Характерный размер элементарной ячейки такой структуры r_s имеет оценку,

$$r_s^2 \approx n_s^{-1}, \tag{1}$$

где n_s — поверхностная плотность электронов.

С привлечением внешнего прижимающего электрического поля $E_\perp^\circ \lesssim 10$ ед. CGSE величина n_s может быть доведена до значений $n_s \sim 10^9 - 10^{10}$ $см^{-2}$, так что $r_s \approx 10^{-4} - 10^{-5}$ $см$. Температура "плавления" кристалла из поверхностных электронов в подобных условиях имеет по оценкам [1, 3] масштаб $T_0 \lesssim 1°K$.

Существование периодической решетки из электронов на свободной поверхности гелия в доступной области внешних параметров (температуры и прижимающего поля $E_\perp^\circ$) может быть использовано для резонансного возбуждения стоячих капиллярных волн сравнительно малой длины волны. Возможность такого эффекта следует из анализа следующей системы уравнений

$$\rho \left.\frac{\partial \phi}{\partial t}\right|_{t=0} - \sigma \Delta_2 \xi = P_{эл}(\mathbf{r}, t) - \overline{P}_{эл}(t) \tag{2}$$

$$P_{эл}(\mathbf{r}, t) = e\tilde{E}\, e^{i\omega t} h(\mathbf{r}), \qquad \overline{P}_{эл}(t) = e\check{E}_\perp e^{i\omega t} n_s$$

$$n(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{q}} (n_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} + \text{к.с.}), \qquad \overline{n(\mathbf{r})} = n_s$$

$$\Delta_3 \phi = 0 \qquad \left.\frac{\partial \phi}{\partial z}\right|_0 = -i\omega\xi$$

$\tilde{E}_\perp$, ω — амплитуда и частота переменного электрического поля, нормального поверхности гелия, $n(\mathbf{r})$ — периодическая плотность заряда, $\mathbf{q}$ — вектора двумерной обратной решетки этой периодической структуры, $\xi(\mathbf{r}, t)$ — амплитуда колебаний свободной поверхности гелия, ρ, σ — плотность и коэффициент поверхностного натяжения жидкого гелия, ϕ — гидродинамический потенциал, Δ_2 и Δ_3 — двумерный и трехмерный операторы Лапласа, ось z направлена вглубь жидкой фазы. Наличие $P_{эл}(t) \neq 0$ приводит к возбуждению в системе объемного звука. Однако, в отличие от поверхностной задачи, заданной уравнениями (2), возбуждение объемных волн не содержит резонансных особенностей, и в дальнейшем обсуждаться не будет.

Решение (2) для $\xi(\mathbf{r}, t)$ выглядит следующим образом

$$\xi(\mathbf{r}, t) = e^{i\omega t} \sum_{\mathbf{q}} (\xi_{\mathbf{q}} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} + \text{к.с.}), \qquad \xi_{\mathbf{q}} = \frac{e\tilde{E}_\perp |\mathbf{q}| n_{\mathbf{q}}}{\sigma|\mathbf{q}|^3 - \omega^2\rho}. \tag{3}$$

Из (3) видно, что в условиях

$$\omega^2 = \frac{\sigma}{\rho}|\mathbf{q}|^3 \tag{3a}$$

амплитуда колебаний поверхности становится резонансно большой. Для квадратной решетки, например когда $q_x = \frac{2\pi}{r_s} m$, $q_y = \frac{2\pi}{r_s} l$, m, l – целые числа, условие (3а) переписывается так

$$\omega^2 = \frac{\sigma}{\rho}\left(\frac{2\Pi}{r_s}\right)^3 (m^2 + l^2)^{3/2} \tag{3б}$$

определяя целый набор резонансных частот, кратных числам m, l.

Ширина резонансных линий обусловлена наличием в гелии взаимодействующих тепловых возбуждений, как объемных, так и поверхностных, а также фактором Дебая – Валлера, пропорциональным среднеквадратичному смещению электронов $< \mathbf{u}^2 >$ из положения равновесия в узлах вигнеровской решетки. Следует заметить, что выражение для $< \mathbf{u}^2 >$ в случае двумерной решетки оказывается величиной, логарифмически расходящейся при стремлении размеров кристалла к бесконечности. Однако, уже слабые ограничения на максимальные размеры двумерной решетки делают эту расходимость неопасной. Так, при линейных размерах $L \sim 1$ *см* и $r_s \approx 10^{-4}$ *см* численное значение $< \mathbf{u}^2 >$, рассчитанное в [3], оказывается равным

$$< \mathbf{u}^2 > \approx (2 \cdot 10^{-11} + 3 \cdot 10^{-10}\, T)\, см^2. \tag{4}$$

Первое слагаемое в (4) обусловлено нулевыми колебаниями электронов. Второе – температурные добавки. Из (4) следует, что неравенство

$$< \mathbf{u}^2 > << r_s^2 \ , \tag{4а}$$

выполнение которого необходимо для устойчивого существования решетки, имеет место вплоть до температур $T \lesssim 1°$.

Здесь уместно сказать, что расчеты [3] осуществлены для двумерного электронного газа, локализованного над идеально плоской поверхностью гелия. В действительности же при выполнении неравенства (4а) каждый электрон в решетке "продавливает" под собой поверхность гелия и, тем самым, увеличивает степень своей локализации [4]. Следует иметь также в виду, что амплитуда среднеквадратичных смещений может быть существенно уменьшена, если "строить" решетку зарядов не из поверхностных электронов, а из положительных ионов, прижатых к поверхности гелия со стороны жидкой фазы [5]. В этом случае величина $< \mathbf{u}^2 >$ обратно пропорциональная массе зарядов данного сорта, будет уменьшена на три – четыре порядка, по сравнению со своим "электронным" значением, в меру разницы масс электрона и положительного иона.

Конкретное вычисление формы резонансных линий с учетом всех перечисленных факторов требует специального рассмотрения и будет выполнено в более подробной работе.

Автор благодарен Л.П.Горькову и А.Ф.Андрееву за обсуждение результатов работы.

Институт физики твердого тела
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
18 апреля 1974 г.

Литература

[1] R.S.Crandall, K.Williams. Phys. Lett., 34A, 404, 1971.

[2] Л.П.Горьков, Д.М.Черникова. Письма в ЖЭТФ, 18, 119, 1973.

[3] R.S.Crandall. Phys. Rev., A8, 2136, 1973.

[4] В.Б.Шикин, Ю.П.Монарха. ЖЭТФ, 65, 751, 1973.

[5] В.Б.Шикин. ЖЭТФ, 58, 1748, 1970.