

**О НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ  
ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ СПИНОВЫХ ВОЛН  
В АНТИФЕРРОМАГНЕТИКАХ**

*В.А.Колганов, В.С.Левов, М.И.Широков*

Недавно было обнаружено и исследовано явление параметрического возбуждения спиновых волн (СВ) в антиферромагнетиках с анизотропией типа "легкая плоскость" (АФМ-ЛП) –  $\text{CsMnF}_3$  [1 – 3],  $\text{MnCO}_3$  [4 – 7]. Линейной теории этого явления, позволяющей вычислить пороговую амплитуду  $h_{\text{th}}$  СВЧ магнитного поля (накачки), посвящены работы [8–10].

В настоящей работе показано, что эти эксперименты можно естественно объяснить в рамках нелинейной теории, учитывающей взаимодействие параметрически возбужденных волн между собой [11–12]. Основным моментом теории является представление о "спаривании" – фазовой корреляции волн в парах  $\pm \mathbf{k}$ , возникающей под действием накачки. Спаривание приводит к резкому увеличению взаимодействия пар по отношению к взаимодействию индивидуальных волн. Это позволяет упростить гамильтониан задачи до вида:

$$\mathcal{H} = \sum_{\mathbf{k}} \left\{ [\omega_{\mathbf{k}} + \sum_{\mathbf{k}'} T_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} |a_{\mathbf{k}'}|^2] a_{\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{k}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left[ (h V_{\mathbf{k}} e^{-i\omega_p t} + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}'} S_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} a_{\mathbf{k}'} a_{-\mathbf{k}'}^*) a_{\mathbf{k}}^* a_{-\mathbf{k}}^* + \text{к.с.} \right] \right\}. \quad (1)$$

Здесь канонические переменные  $a_{\mathbf{k}}$  – комплексные амплитуды бегущих волн,  $\omega_{\mathbf{k}}$  – их закон дисперсии,  $h$  – амплитуда пространственно однородного СВЧ поля накачки.

В рамках описанного приближения удалось достичь хорошего качественного и количественного согласия с широкой совокупностью экспериментальных фактов по параметрическому возбуждению СВ в ферромагнетиках [13 – 15]. Специфика АФМ-ЛП заключается в необходимости учитывать взаимодействие СВ низкочастотной ветви спектра и поля накачки с колебаниями (однородной прецессии, ОП) высокочастотной ветви. Однако в типичной экспериментальной ситуации, когда колебания ОП происходят на частоте  $\omega_p$ , далекой от ее резонанса  $\Omega_0$ , это усложнение не принципиально: в уравнениях движения для ОП можно ограничиться линейным по ее амплитуде приближением и, разрешив их, исключить ОП из гамильтониана задачи. Такая процедура приводит к перенормировке коэффициентов гамильтониана (1):  $T_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \rightarrow \tilde{T}_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}} \rightarrow \tilde{V}_{\mathbf{k}}$ ,  $S_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \rightarrow \tilde{S}_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ .

Эти коэффициенты для АФМ-ЛП с учетом обменного зеемановского взаимодействия и взаимодействия Дзялошинского имеют следующий вид:

$$\tilde{V}_{\mathbf{k}} = \tilde{V} = \frac{g^2}{2\omega_p} (2H_0 + H_D) \quad (2)$$

$$\tilde{T}_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \tilde{T} = \tilde{S}_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \tilde{S} = -\frac{g^2 H_E}{2\omega_p M_o} H_o (4H_o + H_D) \quad (2)$$

Здесь  $H_o$  – внешнее поле,  $H_D$  – поле Дзялошинского,  $H_E$  – обменное поле,  $M_o$  – намагниченность подрешетки,  $g$  – гиромагнитное отношение ( $g \approx 2\pi \cdot 2,8 M_{\text{гц}}/\varepsilon$ ). В соответствии с традицией мы не учитывали малое диполь-дипольное взаимодействие и получили, что коэффициенты гамильтонiana (2) не зависят от волновых векторов.

Как было показано в работе [12], интегральные характеристики системы параметрических спиновых волн сравнительно мало чувствительны к виду зависимости декремента затухания СВ  $\gamma_{\mathbf{k}}$  от  $\mathbf{k}$ , поэтому для получения качественных результатов мы будем считать  $\gamma_{\mathbf{k}} = \gamma$ . Тогда уравнения движения для параметрических СВ

$$i \left( \frac{\partial a_{\mathbf{k}}}{\partial t} + \gamma_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} \right) = \frac{\delta \mathcal{H}}{\delta a_{\mathbf{k}}^*} \quad (3)$$

не содержат угловых зависимостей и легко решаются [11, 12]. В стационарном состоянии СВ изотропно распределены по "резонансной поверхности" (сфере):  $\omega_{\mathbf{k}} + 2 \sum_{\mathbf{k}'} |\tilde{a}_{\mathbf{k}'}|^2 = \omega_p/2$  все фазы пар равны между собой

$$\phi_{\mathbf{k}} + \phi_{-\mathbf{k}} = \arcsin(\gamma/h\tilde{V}) \quad (4)$$

а интегральная амплитуда пар просто зависит от надкритичности:

$$\sum_{\mathbf{k}} |a_{\mathbf{k}}|^2 = \sqrt{(h\tilde{V})^2 - \gamma^2} / |\tilde{S}|. \quad (5)$$

В традиционном эксперименте [1 – 7] изучается нелинейная восприимчивость АФМ- $\chi$ , определяемая равенством  $m_x(\omega_p) = \chi \cdot h_x(\omega_p)$ , где  $m_x$  – продольная составляющая намагниченности на частоте накачки –  $\omega_p$ .

Используя формулы (2, 4, 5), можно показать, что

$$\begin{aligned} \chi &= \chi' + i \chi'' = \chi_o + 2 \sum_{\mathbf{k}} \tilde{V}_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} / h\omega_p = \chi_o + 2 \tilde{V}^2 (-p + 1 + i\sqrt{p-1}) / |\tilde{S}|_p. \\ 2 \tilde{V}^2 / |\tilde{S}| &= \chi_o (H_D + 2H_o)^2 / H_o (4H_o + H_D), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\chi_o$  – линейная восприимчивость АФМ-ЛП, совпадающая вдали от резонанса со статической восприимчивостью  $M_o/H_{ex}$ ;  $p = h^2/h_{th}^2$  – надкритичность.

Подчеркнем, что полученное выражение не содержит явным образом затухания  $\gamma_{\mathbf{k}}$ , природа которого еще не выяснена, и поэтому допускает непосредственное сравнение с экспериментом.

В настоящее время В.В.Кведер и Л.А.Прозорова провели подробные экспериментальные исследования, в которых изучалась зависимость  $\chi'$  и  $\chi''$  от  $p$  (см. следующую статью в данном номере. [16]). Целый ряд полученных в этой работе результатов верно описывается формулой (6): восприимчивости ( $\chi_o = \chi'$ ) и  $\chi''$  одного порядка величины со ста-

тической восприимчивостью  $\chi_o \approx 10^{-3} + 10^{-4}$ , причем разность  $(\chi'' - \chi_o)$ , описывающая нелинейную расстройку частоты резонатора, отрицательна при всех полях  $H_o$ .

В соответствии с (6) в кристалле  $\text{CsMnF}_3$  ( $H_D = 0$ ) зависимость  $\chi$  от  $H_o$  практически не наблюдается, а в  $\text{MnCO}_3$  ( $H_D = 4,4 \text{ кэ}$ ) с ростом  $H_o$   $\chi''$  убывает. Качественно совпадает и форма кривых  $\chi''(p)$ , максимум относительного поглощения  $\chi''$  в эксперименте приходится на превышения  $p_m \approx 3 + 5 \text{ dB}$  (по формуле (6)  $p_m = 3 \text{ dB}$ ). Некоторое количественное расхождение теоретических и экспериментальных значений  $\chi''_m$ , по-видимому связано с тем, что мы не учитывали диполь-дипольное взаимодействие, которое приводит к зависимости  $y_k$  и  $S_{kk}$  от волновых векторов. Кроме того, существенную роль должно играть взаимодействие параметрически возбужденных СВ с тепловыми, приводящее к зависимости затухания параметрических СВ от их амплитуды, что наблюдается экспериментально [5, 6].

Результаты настоящей работы показывают, что представление о спаривании возбужденных спиновых волн должно служить основой для понимания явлений, возникающих на нелинейной стадии развития параметрической неустойчивости в АФМ-ЛП.

Нам приятно поблагодарить А.С.Боровика-Романова, В.Е.Захарова, Л.А.Прозорову и Б.Я.Котюжанского за обсуждение работы и полезные замечания.

Поступила в редакцию  
18 января 1974 г.

После переработки  
22 апреля 1974 г.

### Литература

- [1] M.H.Seavey. J. Appl. Phys., **40**, 1597, 1969.
- [2] M.H.Seavey. Phys. Rev. Lett., **23**, 132, 1969.
- [3] Л.А.Прозорова, А.С.Боровик-Романов. Письма в ЖЭТФ, **10**, 316, 1969.
- [4] Б.Я.Котюжанский, Л.А.Прозорова. Письма в ЖЭТФ, **13**, 430, 1971.
- [5] Б.Я.Котюжанский, Л.А.Прозорова. ЖЭТФ, **62**, 2199, 1972.
- [6] В.В.Кведер, Б.Я.Котюжанский, Л.А.Прозорова. ЖЭТФ, **63**, 2205, 1972.
- [7] В.И.Ожогин, А.Ю.Якубовский. ЖЭТФ, **63**, 2155, 1972.
- [8] В.И.Ожогин. ЖЭТФ, **48**, 1307, 1965.
- [9] В.И.Ожогин. ЖЭТФ, **58**, 2079, 1970.
- [10] A.Platzker, F.R.Morgen thaler, J. Appl. Phys., **41**, №3, 1970.
- [11] В.Е.Захаров, В.С.Львов, С.С.Старобинец. ФТТ, **14**, 1972.
- [12] В.Е.Захаров, В.С.Львов, С.С.Старобинец. ЖЭТФ, **59**, 1200, 1970.
- [13] В.В.Зауткин, В.Е.Захаров. В.С.Львов, С.Л.Мушер, С.С.Старобинец. ЖЭТФ, **62**, 1782, 1972.
- [14] В.С.Львов, Л.С.Мушер, С.С.Старобинец. ЖЭТФ, **64**, 3, 1973.
- [15] В.В.Зауткин, В.С.Львов, С.С.Старобинец. ЖЭТФ, **63**, 531, 1972.
- [16] В.В.Кведер, Л.А.Прозорова. Письма в ЖЭТФ, **19**, 683, 1974.