Письма в ЖЭТФ, том 72, вып.5, стр.344 - 349 © 2000г. 10 сентября

ВОЗБУЖДЕНИЕ АТОМА В НЕСТАЦИОНАРНОЙ ПОЛОСТИ

Ю.Е.Лозовик[1]*, Н.Б.Нарожный, А.М.Федотов**[1]

Институт спектроскопии РАН
142092 Троицк, Московская обл., Россия

**Московский государственный инженерно-физический институт*
115409 Москва, Россия

Поступила в редакцию 27 июня 2000 г.

Предсказан эффект возбуждения атома в нестационарной полости, в которой первоначально отсутствовали фотоны. Обсуждаются два механизма возбуждения, не сводящиеся к тривиальному поглощению фотонов, родившихся за счет нестационарного эффекта Казимира. Первый связан с тем, что при характерных временах нестационарности полости порядка времени атомного перехода фотонные состояния формируются одновременно с возбуждением атома. Второй связан с эффектом "встряхивания" атома из-за быстрого изменения параметров полости, модулирующего лэмбовский сдвиг его основного состояния. Присутствие атома в нестационарной полости влияет на процесс рождения фотонов, в частности, меняя среднее число рожденных фотонов и снимая характерное для нестационарного эффекта Казимира ограничение на рождение только четного их числа. Кроме того, появляется новый механизм рождения фотонов, связанный со встряхиванием атома.

PACS: 03.65.-w, 42.50.Dv

В данной работе мы рассматриваем эффект возбуждения атома в нестационарной полости, в которой первоначально отсутствовали фотоны. Атом может удерживаться внутри полости ловушкой, созданной внешними полями, либо пролетать через нее в холодном разреженном пучке. Оказывается, что возбуждение атома, вообще говоря, не сводится к поглощению фотонов, рождающихся в результате нестационарного эффекта Казимира (НЭК). В частности, существует новый механизм, связанный с изменением собственно-энергетической части электронов при быстром изменении размеров полости – эффект "встряхивания" атома. Кроме того, присутствие атома влияет на процесс рождения фотонов в нестационарной полости, в частности, меняя среднее число рожденных фотонов и снимая характерное для НЭК ограничение на рождение только четного их числа. Мы также обсудим новый механизм генерации фотонов в нестационарной полости, связанный с резким изменением одетых состояний атома при его встряхивании.

Наше рассмотрение основывается на простой модели, в которой в качестве атома используется двухуровневая система, взаимодействующая с одной нестационарной модой квантованного электромагнитного поля. Гамильтониан такой модели имеет вид

$$H = E_0\frac{1+\sigma_3}{2} + \omega(t)a^\dagger a + i\frac{\dot{\omega}(t)}{4\omega(t)}\left(a^2 - a^{\dagger 2}\right) + \lambda(\sigma_+ + \sigma_-)(a + a^\dagger), \qquad (1)$$

где E_0 – частота перехода двухуровневой системы[2], $\omega(t)$ – частота рассматриваемой моды, зависящая от времени через параметры полости, $\sigma_3 = 2\sigma_+\sigma_- - 1$, $\sigma_\pm$ – матрицы

[1] e-mail: lozovik@isan.troitsk.ru, fedotov@cea.ru

[2] В работе используется система единиц $\hbar = 1$.

Паули, действующие в пространстве состояний двухуровнего атома, a и $a^\dagger$ – операторы уничтожения и рождения фотонов в моде, и λ – константа связи. Напомним, что в окрестности резонанса можно опустить нерезонансную часть взаимодействия атома с полем, описываемую слагаемыми $\lambda(\sigma_- a + \sigma_+ a^\dagger)$, и тогда рассматриваемая модель сводится к так называемой обобщенной модели Джейнса – Каммингса [1], а при $\omega = \text{const}$ – к точно интегрируемой стандартной модели Джейнса – Каммингса [2, 3]. Наконец, при $\lambda = 0$ наш гамильтониан сводится к гамильтониану, моделирующему НЭК в рассматриваемой моде поля [4]. Конечно, в отличие от аналогичной задачи в стационарной полости, для получения количественно корректных результатов одномодовым приближением нельзя, вообще говоря, пользоваться даже в окрестности резонанса. Причина этого состоит в том, что в нестационарной полости полевые моды сильно взаимодействуют друг с другом, так что "одетая" мода, находящаяся в резонансе с атомом, по своим свойствам может существенно отличаться от осциллятора. Тем не менее, мы используем одномодовое приближение, поскольку даже такая простая модель позволяет проследить основные качественные особенности взаимодействия атома с нестационарным квантованным электромагнитным полем в полости.

Пусть частота моды меняется от значения ω_1 до ω_2 за конечный промежуток времени τ. Поскольку при $t \to \pm\infty$ гамильтониан (1) не зависит от времени, можно ввести стационарные in- и out-состояния системы. В отсутствие взаимодействия атома с полем, то есть при $\lambda = 0$, соответствующие операторы рождения и уничтожения фотонов связаны преобразованием Боголюбова

$$a_{out} = \alpha_\infty a_{in} + \beta_\infty a_{in}^\dagger.$$

При $\beta_\infty \neq 0$ out- и in-состояния не совпадают между собой, что отвечает рождению из вакуума фотонов в нестационарной полости, то есть НЭК. Если начальным состоянием является состояние $|0,\downarrow\rangle$, описывающее ситуацию, в которой атом находится в основном состоянии и фотоны в полости отсутствуют, то среднее число рожденных фотонов $\bar{N} = |\beta_\infty|^2$. Важно заметить, что НЭК целиком обусловлен третьим слагаемым в гамильтониане (1), которое пропорционально $\dot{\omega}$.

При $\lambda \neq 0$ атом взаимодействует с нестационарным полем в полости и способен возбуждаться. Рассмотрим сначала этот эффект в рамках обобщенной модели Джейнса – Каммингса (то есть без учета нерезонансных слагаемых в (1)), считая, что характерное время τ изменения частоты моды $\omega(t)$ много меньше остальных характерных временных параметров задачи, $\tau \ll E_0^{-1}$, ω_1^{-1}, ω_2^{-1} (мгновенное приближение). При этих предположениях задача допускает точное решение и не требует использования теории возмущений по константе связи λ. По общим правилам мгновенной теории возмущений вероятность перехода с возбуждением атома и рождением n фотонов равна квадрату модуля амплитуды возбуждения

$$A_{n\uparrow} = {}_{\lambda\omega_2}\langle n,\uparrow| e^{-iW} |0,\downarrow\rangle, \tag{2}$$

где оператор W "ударного" воздействия, обусловленного казимировским слагаемым в гамильтониане (1), имеет вид

$$W = \frac{i\Theta}{2}\left(a^2 - a^{\dagger 2}\right), \quad \Theta = \frac{1}{2}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{\dot{\omega}}{\omega}\,dt = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right),$$

а $|n,\uparrow\rangle_{\lambda\omega_2}$ – точное ("одетое") стационарное состояние стандартной модели Джейнса – Каммингса, см. [2]. Отметим, что основное состояние системы $|0,\downarrow\rangle$ не одевается и не имеет лэмбовского сдвига (артефакт модели).

Можно показать, что амплитуда (2) отлична от нуля только при нечетных $n = 2j+1$, а полная вероятность возбуждения атома имеет вид

$$w_\uparrow = \frac{2\xi^2\sqrt{\rho}(\rho-1)^2}{(1+\rho)^3}\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(2j+1)!!}{2^j j!}\frac{1}{\frac{1}{2}+4\xi^2(j+1)+\sqrt{\frac{1}{4}+2\xi^2(j+1))}}\left(\frac{\rho-1}{\rho+1}\right)^{2j}, \quad (3)$$

где $\xi = \lambda/\Delta_2, \Delta_2 = E_0 - \omega_2$. В пределе слабой связи $\xi \ll 1$ имеем

$$w_\uparrow \approx \xi^2\bar{N}, \quad \bar{N} = (\rho-1)^2/4\rho. \quad (4)$$

Здесь $\bar{N}$ имеет смысл среднего числа казимировских фотонов, которые рождались бы в отсутствие атома. Как видно из формулы (4), вероятность возбуждения атома в пределе слабой связи является простым произведением вероятности $(\lambda/\Delta_2)^2$ поглощения атомом одного фотона и среднего числа $\bar{N}$ фотонов, рождающихся благодаря НЭК. Это означает, что в рамках рассматриваемой модели атом возбуждается только благодаря тривиальному процессу поглощения рожденных казимировских фотонов. Этот вывод не является спецификой предельного случая слабой связи, поскольку состояние системы $e^{-iW}|0,\downarrow\rangle$, входящее в амплитуду (2), в точности совпадает с тем начальным состоянием, которое имела бы система в случае, если бы атом был помещен в полость после того, как она вновь стала стационарной и НЭК уже произошел. Таким образом, в рамках обобщенной модели Джейнса – Каммингса взаимодействие невозбужденного атома с полем в мгновенном приближении сводится к поглощению казимировских фотонов. Этот вывод подтверждается также и тем, что, как легко убедиться, среднее число фотонов, рожденных в присутствии атома, при любом λ равно

$$\bar{n} = \sum_{n=0}^{\infty} n\left(|A_{n\downarrow}|^2 + |A_{n\uparrow}|^2\right) = \bar{N}_{\text{НЭК}} - w_\uparrow, \quad (5)$$

где амплитуда рождения n фотонов без возбуждения атома $A_{n\downarrow}$ определяется выражением, аналогичным выражению (2). Тот факт, что возбуждение атома в мгновенно нестационарной, первоначально пустой полости в резонансном приближении сводится к поглощению казимировских фотонов, физически объясняется тем, что при $\tau \ll E_0^{-1}$ атом может почувствовать нестационарность полости только после того, как она уже стала стационарной и сформировались фотонные out-состояния. Однако при выходе за рамки только что рассмотренной модели возникают принципиально новые эффекты.

При учете слагаемых $\lambda(\sigma_- a + \sigma_+ a^\dagger)$ в гамильтониане (1) модель перестает быть точно интегрируемой, поэтому анализ нерезонансных эффектов может быть произведен только в рамках теории возмущений по константе связи λ. При $\omega = \text{const}$ стационарные состояния системы одеваются уже в первом, а сдвиг соответствующих им уровней энергии происходит во втором порядке по λ. Важным является тот факт, что, в отличие от модели Джейнса – Каммингса, основное состояние $|0,\downarrow\rangle_{\lambda\omega}$ при учете нерезонансного взаимодействия также одевается и приобретает лэмбовский сдвиг $\delta E_L = -\lambda^2/(\omega + E_0)$.

Вычисление вероятности возбуждения атома в рамках мгновенного приближения производится по той же схеме, что и в предыдущем случае. При этом амплитуду возбуждения атома и рождения n фотонов $A_{n\uparrow}$ удобно разделить на две части:

$$A_{n\uparrow} = A_{n\uparrow}^{(L)} + A_{n\uparrow}^{(C)}, \quad A_{n\uparrow}^{(L)} = {}_{\lambda\omega_2}\langle n,\uparrow|0,\downarrow\rangle_{\lambda\omega_1}, \quad A_{n\uparrow}^{(C)} = {}_{\lambda\omega_2}\langle n,\uparrow|(e^{-iW}-1)|0,\downarrow\rangle_{\lambda\omega_1}.$$

Нерезонансные эффекты, конечно, дают вклад в оба слагаемых амплитуды возбуждения. Однако, если во втором слагаемом их вклад может рассматриваться в качестве поправки, первое слагаемое целиком определяется нерезонансными эффектами и потому вообще отсутствовало в рамках модели Джейнса – Каммингса. Формально это объясняется тем, что состояние $|0,\downarrow\rangle$ являлось точным одетым состоянием при любой частоте моды и поэтому в резонансном приближении было ортогонально всем возбужденным состояниям. Более того, слагаемое $A_{n\uparrow}^{(C)}$ определяется изменением основного состояния системы $(e^{-iW}-1)|0,\downarrow\rangle_{\lambda\omega_1}$, благодаря НЭК, и пропадает, если исключить из гамильтониана (1) казимировское слагаемое, пропорциональное $\dot{\omega}$, что формально соответствует замене оператора ударного воздействия W нулем. В то же время, слагаемое $A_{n\uparrow}^{(L)}$ при такой процедуре остается неизменным. Отсюда следует, что оно соответствует новому физическому эффекту – динамическому эффекту Лэмба, аналогичному мигдаловскому встряхиванию, и вообще никак не связанному с НЭК. Вероятность возбуждения атома, разумеется, содержит как вклады этого эффекта и НЭК по отдельности, так и вклад, отвечающий интерференции обоих эффектов.

В первом неисчезающем порядке теории возмущений вклад эффекта встряхивания в вероятность возбуждения атома имеет вид

$$w_{\uparrow}^{(L)} = \sum_{n=0}^{\infty} |A_{n\uparrow}^{(L)}|^2 = \lambda^2 \left(\frac{1}{\omega_2+E_0} - \frac{1}{\omega_1+E_0}\right)^2 = \left(\frac{\delta E_L}{\lambda}\right)^2, \tag{6}$$

где δE_L – изменение лэмбовского сдвига основного состояния атома. Как видно из формулы (6), возбуждение атома за счет эффекта встряхивания сопровождается рождением одного фотона (или большего, но всегда нечетного, числа фотонов при учете высших порядков теории возмущений) и происходит благодаря эффекту модуляции лэмбовского сдвига основного состояния атома. Отметим, что пропорциональность вероятности возбуждения атома квадрату изменения лэмбовского сдвига при малом изменении последнего не является спецификой рассматриваемой простой модели и имеет место также и в реалистической трехмерной задаче о реальном атоме, помещенном в нестационарную полость. Это связано с тем, что при малом изменении какого-либо параметра полости изменение лэмбовского сдвига будет пропорционально первой степени изменения этого параметра. Амплитуда перекрытия новых и старых стационарных состояний в этом случае, очевидно, также пропорциональна первой степени изменения параметра, а вероятность возбуждения определяется квадратом амплитуды. Для нашей модели эти соображения позволяют воспроизвести формулу (6), по крайней мере, с точностью до коэффициента. Действительно, в первом порядке теории возмущений вероятность возбуждения $w_{\uparrow}^{(L)}$ пропорциональна квадрату константы связи λ. Учитывая тот факт, что $w_{\uparrow}^{(L)} \sim \delta E_L^2$, и сам лэмбовский сдвиг $\delta E_L \sim \lambda^2$, мгновенно получаем $w_{\uparrow}^{(L)} \sim (\delta E_L/\lambda)^2$ в соответствие с формулой (6). Приведенные рассуждения объясняют также отсутствие канала неказимировского возбуждения атома в модели Джейнса – Каммингса, в которой отсутствует лэмбовский сдвиг основного состояния.

Для выяснения влияния конечности времени нестационарности τ на вероятность возбуждения атома вернемся к обобщенной модели Джейнса – Каммингса. Используя стандартную временную теорию возмущений, можно показать, что вероятность возбуждения атома в первом порядке имеет вид

$$w_{\uparrow} = \frac{\lambda^2}{\Delta_2^2}|\beta_\infty(\tau)|^2 \cdot F(\tau), \quad F(\tau) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} dt' \, e^{i\Delta_2 t'} \, \frac{d}{dt'} \left[\frac{\beta(t')}{\beta_\infty} e^{i\omega_2 t'} \right] \right|^2, \tag{7}$$

где безразмерная функция $F(\tau)$ характеризует эффективность возбуждения атома в полости, нестационарной в течении τ, по сравнению с его возбуждением за счет поглощения $\bar{N}_{\text{НЭК}} = |\beta_\infty|^2$ фотонов. При этом, как и должно быть, $F(0) = 1$, так что формулы (4), (7) согласуются друг с другом.

С физической точки зрения значения $F \approx 1$ отвечают тому, что возбуждение атома обусловлено в основном поглощением казимировских фотонов, а значения F, сильно отличающиеся от единицы, тому, что возбуждение атома происходит во время переходного процесса на временах $\lesssim \tau$, когда конечные фотонные состояния еще не успевают сформироваться. Как показывают численные расчеты, функция $F(\tau)$ монотонно возрастает с ростом τ и поэтому выполняется оценка $F(\tau) > 1$ при $\tau > 0$. Более того, при некоторых значениях параметров задачи эффективность F возбуждения атома может иметь порядок нескольких десятков и даже сотен при $\tau \sim E_0^{-1}$. Это приводит к тому, что, несмотря на быстрое спадание числа рожденных фотонов, которое подавляет рост $F(\tau)$ при очень малых и больших τ, при $\tau \sim E_0^{-1}$ вероятность возбуждения может существенно возрастать по сравнению с мгновенным случаем $\tau = 0$.

Рассмотренные во втором порядке по константе связи λ эффекты влияют также на количество рождающихся в полости фотонов, что является проявлением обратного влияния атома в полости на НЭК. Поскольку число фотонов, рожденных за счет эффекта быстрой модуляции лэмбовского сдвига, имеет порядок $(\delta E_L/\lambda)^2$, что в случае слабой связи много меньше единицы, мы рассмотрим более сильные эффекты, обусловленные немгновенностью, и проведем это рассмотрение в рамках обобщенной модели Джейнса – Каммингса. Оператор

$$N = a^\dagger a + \frac{1}{2}(1 + \sigma_3)$$

в стандартной модели Джейнса – Каммингса, как известно, является интегралом движения [3]. Если полость нестационарна, то он зависит от времени, и с помощью стандартных методов легко получить, что в первом порядке теории возмущений среднее значение $\bar{N}(\infty) = {}_\infty\langle 0, \downarrow | N | 0, \downarrow \rangle_\infty$ равно

$$\bar{N}_\infty = \bar{N}(+\infty) = |\beta_\infty|^2 + o(\lambda) = \bar{N} + o(\lambda). \tag{8}$$

Так как, в то же время, $\bar{N}_\infty = \bar{n} + w_{\uparrow}$, где $\bar{n} = \langle a^\dagger a \rangle$ – среднее число фотонов, получаем, что с точностью до первого порядка теории возмущений среднее число фотонов, рожденных в присутствии атома, определяется формулой (5), то есть, как могло бы показаться, числом фотонов, которые рождались бы в отсутствие атома, минус среднее число фотонов, поглощенных атомом (если бы атом поглощал один фотон с вероятностью $w_\uparrow$). В действительности, как уже было показано, возбуждение атома при $\tau \neq 0$, вообще говоря, не сводится к поглощению фотона, и, как следствие, вероятность $w_\uparrow$ не совпадает с вероятностью поглощения фотона.

Кроме того, во втором порядке теории возмущений возникает поправка к формуле (8). Важным обстоятельством является то, что соответствующая поправка $\delta\bar{N}_\infty$ к правой части формулы (5) имеет тот же порядок по λ, что и слагаемое $w_\uparrow$, и следовательно, сравнима с ним по величине. Это означает, что поправка к среднему числу рожденных фотонов уже в первом неисчезающем порядке теории возмущений отличается от минус среднего числа фотонов, поглощенных атомом, или, иначе говоря, что влияние атома на НЭК не ограничивается тем, что атом просто поглощает фотоны, даже если отвлечься от эффекта встряхивания.

Для того чтобы рассмотреть только ту часть эффекта, которая связана с поправкой $\delta\bar{N}$, положим

$$\bar{N}_\infty = \bar{N}\left(1 + \frac{\lambda^2}{E_0^2}\eta(\tau)\right). \qquad (9)$$

Тогда безразмерный параметр $\eta(\tau)$ характеризует интенсивность обратного влияния атома на НЭК. Это влияние было изучено с помощью численных расчетов. Оказалось, что функция $\eta(\tau)$ квадратична при $\tau \sim E_0^{-1}$ и линейна при $\tau \gg E_0^{-1}$. Детальное обсуждение этого эффекта будет приведено в другой статье.

В заключение отметим, что рассмотренные в настоящей работе эффекты можно было бы реализовать экспериментально, например, пропуская пучок атомов через микрорезонатор, оптические свойства стенок которого быстро меняются при освещении ультракороткими лазерными импульсами. При этом легко достижим случай, когда характерное время изменения оптических свойств стенок полости совпадает по порядку величины с характерным временем атомного перехода (квазистатический случай был рассмотрен в [5]).

Авторы благодарны В.Д.Муру за полезные обсуждения. Работа была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований в рамках проекта # 00-02-16354.

1. V.V.Dodonov, Phys. Lett. **A207**, 126 (1995).
2. E.T.Janes, Microwave Laboratory Report No.502, Standford University, 1958.
3. E.T.Janes and F.W.Cummings, Proc. IEEE **51**, 89 (1963).
4. C.K.Law, Phys. Rev. Lett. **73**, 1931 (1994).
5. Yu.E.Lozovik, Proc.1 Sov.-Brit. Symp. on Ion Spectroscopy, Troitsk (1986); J. Phys. **B22**, L101 (1989).