

## ФИЗИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ В ВИХРЕВЫХ ТРУБКАХ РАНКА

В.М.Трофимов<sup>1)</sup>

Институт теоретической и прикладной механики Сибирского отделения РАН  
630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 28 апреля 2000 г.

После переработки 3 августа 2000 г.

Установлено, что применение к описанию реальных течений в вихревых трубках Ранка модели сплошной среды с распределенными внутренними моментами импульсов (моментной среды) приводит к физическому эффекту, ответственному за наблюдаемое в опытах разделение полных температур и ряд других свойств течения. Получены упрощенные соотношения для изменений полной энтальпии в приближении равновесной и неравновесной термодинамики. Неоднородность полной температуры объясняется свойствами сложной (трехпараметрической) термодинамической системы: увеличение ее связано с ростом величины поля внутреннего момента  $M$  под действием угловой скорости  $\Omega$  в вихревой трубе, а ее уменьшение обусловлено разрушением поля внутреннего момента при быстром уменьшении ротора основного вихря в приосевой области трубы. Оба эти процесса дают дополнительное производство энтропии  $2\gamma_t(\Omega - \lambda^{-2}M)^2/T$ , где  $\gamma_t$  – коэффициент вращательной вязкости моментной среды. Этот же механизм работает и в несжимаемых течениях.

PACS: 47.27.-i, 47.32.-y, 47.60.+i, 65.50.+m

Вихревой эффект [1] заключается в том, что в вихревых трубках при тангенциальном подводе газа (рис.1) происходит разделение потока газа на два: периферийный

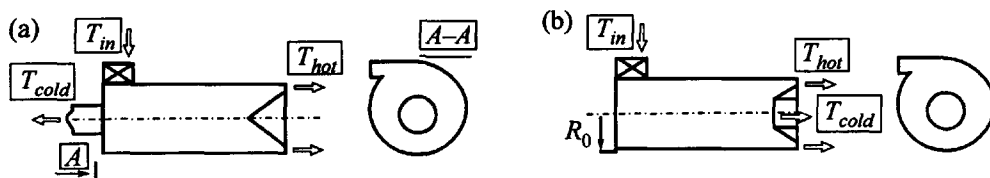


Рис.1. основные схемы вихревой трубки Ранка: (а) противоточная, (б) проточная

с полной температурой, превышающей полную температуру исходного газа, и центральный с полной температурой, более низкой, чем полная температура исходного газа. Технически легко реализуемые охлаждения составляют  $\Delta T \approx 50$  К, в лучших конструкциях труб до 200 К. Необычные свойства закрученного в вихревых трубках Ранка газа отражаются также целым комплексом других проведенных позднее наблюдений. Среди них: значительное увеличение турбулентности течения в приосевой области трубы, дополнительное внезапное снижение температуры стенки трубы на выходе охлажденного газа (на  $\sim 5$  К) при резком сбросе давления входного газа, наблюдение температурного разделения также и в несжимаемых течениях [2], наблюдение крупномасштабных структур [3].

Для объяснения основного эффекта охлаждения предпринималось несколько интерпретаций, ставящих на первое место какой-либо из сопровождающих его физических факторов: турбулентность, сжимаемость, акустику и просто “рассмотрение

<sup>1)</sup> e-mail: trofimov@itam.nsc.ru

потока газа (или жидкости) как совокупности микрообъемов с разными поступательными скоростями” [2]. О серьезных трудностях в понимании физической сущности явления свидетельствуют попытки обсуждения в связи с ним и в том числе в научной литературе такого “крайнего” требования, как нарушение второго начала термодинамики [4, 5].

В данной работе установлено, что применение к описанию реальных течений в трубах Ранка модели сплошной среды с распределенными внутренними моментами импульсов [6] позволяет по крайней мере качественно описать весь комплекс имеющихся в литературе опытных данных и дать количественную оценку основного эффекта (охлаждения) в полном соответствии с законами термодинамики.

Одной из основных особенностей динамических процессов в трубах Ранка является тот факт, что элементарный объем газа в них пребывает весьма малое время –  $(0.05 \div 0.1)$  с – по сравнению с характерными временами обычных термодинамических процессов. Сравним это время с характерным временем установления динамического равновесия достаточно крупных вихрей с характерным масштабом  $\lambda$  (в том числе турбулентной природы), присутствующих на входе в вихревую трубу Ранка. Время релаксации  $\tau$  моментов импульсов этих вихрей в процессе вовлечения в вихревое поле  $\Omega$  основного (окружного) потока в трубе имеет порядок  $\lambda^2/\gamma_t$ , где величина  $\gamma_t$  – эффективная вращательная вязкость, отнесенная к плотности газа. По данным [7] величина  $\rho\gamma_t$  для турбулентных течений в трубах имеет порядок  $(1.0 \div 0.5) \cdot 10^{-2}$  кг/м·с. Используя эту оценку вращательной вязкости для ее значения в вихревой трубе, а также оценивая  $\lambda \sim R_0$  (где  $R_0$  – радиус трубы), устанавливаем, что время релаксации,  $\tau \sim 0.05$  с, сравнимо со временем пребывания элементарного объема в трубе Ранка. Поэтому возникающий избыток момента импульсов объемов порядка  $\lambda$  по сравнению с твердотельным вращением не успевает отрелаксировать, и в области течения наблюдается поле внутреннего момента импульсов  $M$ , среднее по объему от которого равно нулю. Для такого рода систем момент внешних сил равен увеличению за единицу времени момента импульса газа и плюс момент импульса, переходящий во внутреннюю форму на внутренние степени свободы. В каждой единице объема на внутренние степени свободы уйдет величина момента импульса  $\sim \gamma_t \nabla \times v$ . В классическом случае  $\gamma_t = 0$ , и эта величина отсутствует. Оценка изменения внутреннего момента импульса в простейшем представлении линейных зависимостей (см. также [8]) имеет вид

$$DM/Dt = \gamma_t \Omega - M/\tau. \quad (1)$$

То есть внутренний момент импульса увеличивается пропорционально угловой скорости вращения  $\Omega = \frac{1}{2} \nabla \times v$  жидкости в данном месте и уменьшается пропорционально своей собственной величине. Здесь  $\tau = \lambda^2/\gamma_t$  характеризует время релаксации внутреннего момента импульса.

В отличие от обычной вязкой жидкости в среде с внутренними распределенными моментами импульсов – моментной среде – тензор напряжений имеет антисимметричную составляющую, а уравнение сохранения момента импульсов не является тривиальным следствием равенства перекрестных касательных напряжений, поскольку  $\pi_{ij} \neq \pi_{ji}$ . Термодинамические соотношения включают дополнительную, помимо работы расширения (сжатия) газа, работу изменения внутреннего момента под действием внешнего поля вращения  $\Omega$ , то есть система является трехпараметрической [9].

Из опытов известно, что условия вращения газа в трубе Ранка приближены к твердотельному  $v/r = \text{const}$  в области  $r_0 \leq r \leq 0.5R_0$ , где  $v$  – окружная составляющая скорости,  $R_0$  – радиус трубы Ранка,  $r_0$  – некоторый малый радиус. Для  $r \geq 0.5R_0$  течение близко к потенциальному вихрю  $vr = \text{const}$ , а вблизи оси примерно подчиняется закону  $vr^{-2} = \text{const}$ , то есть величина угловой скорости вблизи оси близка к нулю.

Рассмотрим следующее модельное течение в круглой трубе. Газ вращается с угловой скоростью, проекция которой на ось трубы равна  $\Omega$ , причем вблизи оси трубы  $\Omega = 0$ .

Выражение для внутренней энергии на единицу массы среды с распределенными внутренними моментами импульсов  $M$  (моментной среды) во вращающейся с угловой скоростью  $\Omega$  системе координат можно записать, используя [10, 11], в следующем модельном представлении:

$$u = u_{00} + \frac{1}{2}\lambda^{-2}M^2 - \Omega \cdot M.$$

Такой подход оправдан, если учесть тот общеизвестный факт, что основная доля энергии турбулентного движения сосредоточена в вихрях максимального размера.

Пусть для некоторой идеальной моментной среды (равновесие по  $M$ )

$$\partial u / \partial M = 0, \text{ то есть } \lambda^{-2}M - \Omega = 0, \quad u = u_{00} - \frac{1}{2}\lambda^{-2}M^2.$$

Тогда закон сохранения энергии запишется в виде

$$\delta q = d(u_{00} + p/\rho + v^2/2) - \lambda^{-2}M dM.$$

В адиабатических условиях  $\delta q = 0$  имеем  $0 = di_{00} - \lambda^{-2}M dM$ , где  $i_{00}$  – удельная энтальпия торможения. В равновесии по  $M$ :  $di_{00} = \lambda^2 \Omega d\Omega$ . Отсюда видно, что с ростом абсолютной величины поля  $M$  (или  $\Omega$ ) полная энтальпия увеличивается, и наоборот. Интегрируя между состояниями на входе (+) и выходе (–) из трубы Ранка, получим

$$i_{00}^- - i_{00}^+ = \frac{1}{2}\lambda^2(\Omega_-^2 - \Omega_+^2) \approx -\frac{1}{2}\lambda^2\Omega_+^2 \quad (\Omega_- \approx 0). \quad (2)$$

Количественная оценка для характерных угловых скоростей и размеров  $\lambda = R_+$  ( $R_+$  – радиус входной трубы) дает наблюдаемое в опытах уменьшение температуры  $-\Delta t = -(30 \div 50)$  К. Поместив на  $T - S$ -диаграмме (см. рис.2) кривые изменения энтропии без наложенного поля вращения

$$S_0 = c_{M,p} \ln(T_{00} p_{00}^{(1-\gamma)/\gamma}) + \text{const}$$

и с ним

$$S_M = c_{M,p} \ln(T_{00} p_{00}^{(1-\gamma)/\gamma} - \lambda^2 \Omega^2 / T_{00}) + \text{const}$$

(здесь приблизительно будем считать  $c_{M,p} \approx c_p$ ), можно описать эффект охлаждения как результат двух равновесных процессов: изотермического увеличения внутренних моментов импульсов  $M$  под действием ориентирующего поля  $\Omega$  на периферии трубы Ранка и адиабатического уменьшения поля  $M$  под действием разориентирующего фактора хаоса турбулентности на масштабах порядка  $\lambda$  в результате внезапного уменьшения поля  $\Omega$  вблизи оси трубы. При этом изотермический процесс реализуется при помощи отвода выделяющегося тепла турбулентным переносом и вытеканием газа через периферийный канал отвода. Подчеркнем здесь, что увеличение поля  $M$  и

уменьшение поля  $M$  являются термодинамическими процессами трехпараметрической системы, имеющими некоторую аналогию с процессами другой трехпараметрической термодинамической системы, известно, например, в физике парамагнетиков, а именно: намагничивания и размагничивания.

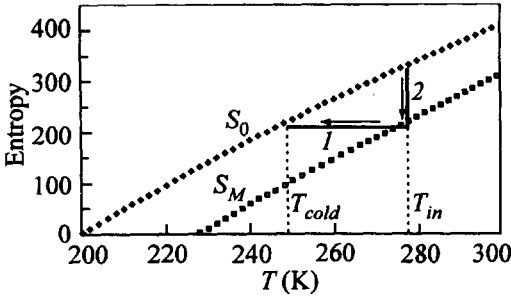


Рис.2.  $T - S$ -диаграмма; 1 - адиабатическое уменьшение поля  $M$ , 2 - изотермическое увеличение поля  $M$

Реальные изменения полей  $M$  и  $\Omega$  в трубе Ранка и в соответствующем модельном течении происходят в результате неравновесных процессов. Мы можем рассматривать лишь микрообъем газа и пытаться провести его термодинамический анализ.

Закон сохранения энергии для микрообъема идеальной моментной среды запишется в виде

$$\frac{di_{00}}{dt} = \lambda^{-2} M \frac{dM}{dt}. \quad (3)$$

Разделим для простоты полную задачу на две частные более простые задачи: а) увеличения поля  $M$  в постоянном поле угловой скорости  $\Omega_0$  и б) уменьшения поля  $M$  при внезапном уменьшении поля угловой скорости до малой величины  $\omega_0$ .

Интегрируя систему уравнений (1) и (2) в условиях первой задачи, получим для процесса уведения поля  $M$

$$|\Delta i_{00}| = \frac{\lambda^2}{2} \left\{ \Omega_0^2 \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\lambda^{-2} m_0}{\Omega_0} \right) \exp(-\gamma_t \lambda^{-2} t) \right]^2 - (\lambda^{-2} m_0)^2 \right\} \quad (4)$$

(где  $\Omega_0 = \Omega_z$ ,  $m_0$  - начальное значение внутреннего момента на входе в трубу Ранка). Величину  $m_0$  можно задать по значению шероховатости на стенках входного сопла согласно новому граничному условию, которое добавляется в рамках принятой модели сплошной среды. С другой стороны тангенциальный вход газа в трубу Ранка имеет область сдвигового слоя в месте контакта высокоскоростного входного течения с менее скоростным в трубе Ранка. В этой области могут возникать вихри, оси которых преимущественно совпадают с направлением вектора угловой скорости основного вихря. Эти вихри могут давать более существенный вклад в  $m_0$ , уменьшая нежелательный, например, в процессе получения холодильного эффекта, нагрев газа. Заметим, что найденная в технических устройствах эмпирическим путем оптимальная форма плоского входа, вытянутого вдоль оси трубы Ранка, подтверждает последнее предположение.

Для процесса поля  $M$  в приосевой области трубы, решая вторую задачу, находим:

$$-|\Delta i_{00}| = \frac{\lambda^2}{2} \left\{ \omega_0^2 \left[ 1 - \left( \frac{\Omega_0}{\omega_0} - 1 \right) \exp(-\gamma_t \lambda^{-2} t) \right]^2 - \Omega_0^2 \right\} \quad (5)$$

(где  $\omega_0$  - малая угловая скорость вблизи оси трубы).

Из (4), (5) видно, что: а) процесс увеличения поля  $M$  сопровождается выделением тепловой энергии, которую необходимо отводить из рабочей зоны; б) оба указанных процесса могут быть эффективны лишь в том случае, когда время  $\tau_0 = \lambda^2/\gamma_t$  мало по сравнению со временем пребывания микрообъема внутри трубы Ранка, то есть когда достаточно малы размеры вихрей, вектора моментов импульсов которых подвергаются, соответственно, ориентации и разориентации. Подчинение такому условию конкурирует с требованием достаточно большой величины  $\lambda^2$  для эффекта охлаждения в установившемся состоянии (см. (5) при  $t \rightarrow \infty$ , а также (2)). Этим можно объяснить существование оптимальных размеров трубы Ранка.

Оба процесса увеличения поля  $M$  и уменьшения поля  $M$  сопровождаются значительным производством энтропии, выражение для которой включает член  $2\gamma_t(\Omega - \lambda^{-2}M)^2/T > 0$  (полное выражение для производства энтропии в вязкой жидкости с внутренними вращениями см. в [12]). Тем самым эти процессы являются платой за температурное разделение (упорядочение) в вихревом потоке в полном соответствии со вторым началом термодинамики.

Увеличение турбулентности течения вблизи оси трубы Ранка объясняется переходом механической энергии упорядоченного движения поля  $M$  к хаосу турбулентности на масштабах  $\lambda$ . Внезапное дополнительное уменьшение температуры стенки выходной трубы при резком сбросе входного давления, обнаруженное в [13], может быть вызвано дополнительным уменьшением угловой скорости  $\omega_0$  (см. (5)) в приосевой области.

В уравнениях движения моментной среды в правой части имеется член, пропорциональный  $\nabla \times (\lambda^{-2}M - \Omega)$  (моментные напряжения), который может изменить знак вблизи оси трубы, объясняя тем самым наблюдавшееся ранее [13] *противовращение* тонкого стержня, установленного на оси трубы. Заметим, что в рамках рассматриваемой термодинамической системы сам по себе факт противовращения может диктоваться условиями выполнения принципа ле Шателье, если учесть, что вблизи оси трубы Ранка поле угловой скорости  $\Omega$ , как внешний по отношению к этой термодинамической системе фактор, резко изменяет свою величину.

Динамика внутренних моментов, как нетрудно убедиться, обеспечивает температурное разделение и в *несжимаемых* течениях, также зафиксированное ранее опытным путем [2].

- 
1. G.L.Ranque, J. Phys. Radium. Paris. 4, 112 (1933).
  2. А.Ф.Гуцол, УФН 167, 665 (1997).
  3. В.А.Арбузов, Ю.Н.Дубнищев, А.В.Лебедев и др., Письма в ЖТФ 23(23), 84 (1997).
  4. Г.В.Скорняков, Письма в ЖТФ 21(23), 1 (1995).
  5. Г.В.Скорняков, ЖТФ 66, 3 (1996).
  6. Y.A.Verezin and V.M.Trofimov, Continuum Mech. Thermodyn. 7, 415 (1995). (См. также: Ю.А.Везин, В.М.Трофимов, Изв. РАН МЖГ 1, 47 (1996)).
  7. Ю.В.Немировский, Я.Л.Хейнлоо, Изв. Сиб. Отд. АН СССР (сер.техн. наук) 3(13), 74 (1978).
  8. В.С.Сорокин, ЖЭТФ 13(7-8), 306 (1943).
  9. В.В.Сычев, *Сложные термодинамические системы*, М.: Наука, 1970, с.232.
  10. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Статистическая физика*, М.: Изв. АН СССР, 1964, с.568.
  11. М.И.Шлюomis, ЖЭТФ 51, 258 (1966).
  12. С.Де Гроот, П.Мазур, *Неравновесная термодинамика*, М.: Изд. АН СССР, 1964, с.456.
  13. В.Е.Финько, ЖТФ 53, 1770 (1983).