Письма в ЖЭТФ, том 72, вып.10, стр.727 - 733

О ПРОВОДИМОСТИ ДВУМЕРНЫХ СИСТЕМ: РОЛЬ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ

Э.Г.Батыев

Институт физики полупроводников Сибирского отделения РАН
630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 6 октября 2000 г.

Предлагается описание двумерной электронной системы низкой плотности, в которой, как показывают эксперименты, происходит при изменении концентрации носителей переход металл – диэлектрик. В такой системе могут быть существенны корреляционные эффекты из-за взаимодействия носителей друг с другом. Предполагается наличие в системе коротковолновой мягкой моды, что и моделирует влияние упомянутого взаимодействия. На проводимость системы (рассматривается металлическое состояние), помимо обычного рассеяния носителей на примесях, влияет также рассеяние бозе-возбуждений (мягкая мода), которое приводит к дополнительной диссипации импульса системы. Число этих бозе-возбуждений зависит от температуры, что дает температурную зависимость проводимости.

PACS: 71.27.+a, 71.30.+h

В последние годы появились эксперименты, показывающие, что в двумерных системах (электронных или дырочных) в нулевом магнитном поле происходит нечто вроде перехода металл – диэлектрик. Это наблюдается в образцах с высокой подвижностью, в которых при концентрациях выше некоторой критической происходит резкое уменьшение сопротивления при понижении температуры, а в образцах с меньшей концентрацией, наоборот, увеличение сопротивления. Это и трактуется как упомянутый переход (см. [1] и труды конференции [2], а также некоторые последние работы по этой тематике [3]).

Эти результаты находятся в видимом противоречии с известными утверждениями о том, что все одночастичные (электронные или дырочные) состояния в двумерных неупорядоченных системах локализованы [4], так что ни о каком металлическом состоянии, казалось бы, говорить не приходится.

В то же время, в системе с сильным взаимодействием между носителями одночастичные состояния заведомо сильно искажены этим взаимодействием, и возникают сомнения в справедливости в этом случае вышеупомянутых утверждений. При тех концентрациях, при которых производились наблюдения, по оценкам кулоновское взаимодействие носителей становится больше фермиевской энергии, то есть действительно может сильно повлиять на свойства одночастичных возбуждений, что может изменить также выводы о их локализации.

Такая мысль высказывалась в ряде работ, в которых приводились аргументы в пользу существования металлического состояния в случае сильного взаимодействия носителей (соответствующие ссылки можно найти, например, в [3]). Оставляя в стороне этот принципиальный момент и довольствуясь тем, что эксперименты прямо указывают на это, зададимся вопросом о причине резкой температурной зависимости сопротивления. Предпринимаются попытки объяснить происходящее при помощи одночастичного подхода (см., например, [5, 6]). Не отвергая значения разного рода одночастичных эффектов, все же хотелось бы иметь единую причину как для возникновения металлического состояния, так и для наблюдаемой температурной зависимости сопротивления, то есть сильное взаимодействие и корреляционные эффекты, не предполагая влияния каких-то других факторов.

В настоящей работе предлагается модель, в которой явно вводится качественно новая характеристика, отражающая роль корреляционных эффектов. Именно, помимо обычных ферми-возбуждений, предполагается наличие коротковолновой мягкой моды, то есть возбуждений бозевского типа с низкой энергией и конечными импульсами.

Мягкая мода – это предвестник фазового перехода. Это мог бы быть переход типа кристаллизации, и тогда соответствующая особенность появилась бы в корреляторе плотность – плотность, и упомянутые бозе-возбуждения были бы с нулевым спином. Такое предположение было использовано при построении теории перехода жидкость – кристалл в He^3 [7]. Возможно также, что особенность появляется в корреляторе спиновая плотность – спиновая плотность, как предполагалось в работе [8], в которой была построена теория жидкого He^3 при учете взаимодействия ферми-возбуждений с мягкой модой. В этом случае можно говорить о бозе-возбуждениях со спином 1. В работе [8] это были сильно затухающие возбуждения, поскольку им соответствовали импульсы $< 2p_F$ (p_F – фермиевский импульс) и они могли распадаться на пару ферми-возбуждений (в противном случае это были бы хорошие квазичастицы). В обеих работах [7, 8] мягкой моде соответствовали конечные импульсы.

Для вопросов, которые рассматриваются в настоящей работе, и для способа, который при этом используется, несущественно, каково происхождение и каков спин этих бозе-возбуждений. Однако это может оказаться важным при изучении других свойств (например, в магнитном поле). Остановимся на вопросе о типе мягкой моды подробнее.

В идеальном ферми-газе имеются корреляции только частиц с одинаковым спином – из-за принципа Паули, в то время как частицы с противоположными спинами вообще не коррелируют. Пусть теперь имеется слабое взаимодействие (отталкивание); для простоты рассмотрим короткодействующее взаимодействие – типа δ-функции. Это взаимодействие (в первом приближении) не влияет на корреляции частиц с одинаковым спином, но возникают корреляции частиц с противоположными спинами, так что в результате каждая частица стремится попасть между частицами противоположного спина. С усилением отталкивания эта тенденция нарастает, и для большого взаимодействия (в случае кулоновского взаимодействия мы имеем так называемую вигнеровскую жидкость) каждая частица имеет в качестве ближайших соседей в основном частицы противоположного спина, то есть в системе возникает антиферромагнитный ближний порядок. Следствием этого может быть появление “мягкой моды” антиферромагнитного типа, что означает максимум спиновой восприимчивости при низких частотах и конечных импульсах – это предвестник перехода в состояние с волной спиновой плотности. Таким образом, наличие мягкой моды антиферромагнитного типа, по-видимому, не есть специфика He^3, как можно было бы думать [8], а является общим для ферми-систем с сильным взаимодействием.

Это – для систем без спиновой поляризации. Если же система полностью поляризована по спину (в параллельном плоскости магнитном поле), то возможна мягкая мода другого типа, как в [7].

Переходим к формулировке модели и способа решения задачи. Рассматривается двумерная электронная (дырочная) система с сильным взаимодействием, так что, помимо обычных ферми-возбуждений, имеются еще возбуждения бозевского типа со спектром:

$$\Omega_{\mathbf{q}}^2 = \Omega_0^2 + v_0^2(q - q_0)^2. \tag{1}$$

Будем считать, что $\Omega_0 \ll \epsilon_F$, как и положено для мягкой моды (ϵ_F – фермиевская энергия), хотя в системах с дырочной проводимостью это условие выполняется, по-видимому, не очень хорошо; скорость $v_0 \sim v_F$ (v_F – фермиевская скорость). Что касается импульса q_0, соответствующего минимуму энергии бозе-возбуждения (будем называть это возбуждение просто магноном – в соответствии с соображениями, изложенными выше), то единственное, что можно сказать, это то, что $q_0 \sim p_F$. В работе [8] предполагается, что $q_0 < 2p_F$, и потому это возбуждение является сильно затухающим. Возможно, что в двумерии и с взаимодействием другого типа, чем в He^3, будет иначе, то есть

$$q_0 > 2p_F. \tag{2}$$

Во всяком случае, такое предположение сильно упрощает анализ, и в дальнейшем будем считать, что () справедливо и мы имеем хорошие, слабо затухающие возбуждения со спином 1 (магноны).

Далее рассуждаем следующим образом. В системе имеются элементарные возбуждения двух типов: фермиевские (будем называть их просто электронами) и бозевские (магноны). Те и другие рассеиваются на примесях, и система теряет свой импульс по этим двум каналам. Можно считать, что, как это обычно бывает, электроны при низких температурах дают вклад, не зависящий от температуры. Это заведомо не так для магнонов хотя бы потому, что их число зависит от температуры. Наша цель – найти магнонный вклад в трение рассматриваемой системы; это будет делаться в простейшей возможной постановке и о соответствующих упрощениях будет сказано по ходу дела.

Основное упрощение: рассеяние на примесях столь мало, что обе подсистемы (электроны и магноны) все время находятся в тепловом равновесии друг с другом при температуре T. Тогда состояние системы полностью характеризуется скоростью ее движения $\mathbf{u}$. Энергия возбуждения изменяется при этом известным образом, именно, для магнона имеем

$$\Omega_{\mathbf{q}} \to \Omega_{\mathbf{q}} + \mathbf{q}\mathbf{u}, \tag{3}$$

именно эта величина войдет в закон сохранения энергии; равновесная функция распределения для магнонов $N_{\mathbf{q}}$ имеет обычный бозевский вид:

$$N_{\mathbf{q}} = \frac{1}{\exp(\Omega_{\mathbf{q}}/T) - 1}. \tag{4}$$

Изменение импульса системы в единицу времени за счет рассеяния магнонов $(d\mathbf{P}/dt)_m$ можно вычислить при помощи "золотого правила" Ферми, что дает

$$\left(\frac{d\mathbf{P}}{dt}\right)_m = 2\pi \sum_{\mathbf{q},\mathbf{q}'} \overline{|W_{\mathbf{q}',\mathbf{q}}|^2}\, \delta(\Omega_{\mathbf{q}} + \mathbf{q}\mathbf{u} - \Omega_{\mathbf{q}'} - \mathbf{q}'\mathbf{u})\, N_{\mathbf{q}}(1 + N_{\mathbf{q}'})\, (\mathbf{q}' - \mathbf{q}). \tag{5}$$

Здесь $W_{\mathbf{q}',\mathbf{q}}$ – матричный элемент, соответствующий рассеянию магнона на системе примесей из состояния с импульсом $\mathbf{q}$ в состояние с импульсом $\mathbf{q}'$. Черта над квадратом модуля матричного элемента означает усреднение по расположению примесей.

Здесь и далее для простоты все пишется так, как будто имеется одна невырожденная мягкая мода (как для спина 0); вырождение (спин 1) привело бы к изменению некоторых постоянных, которые в лучшем случае известны только по порядку величины; зависимости получаются одинаковыми в обоих случаях (для бесспиновых примесей).

Приступим к анализу правой части выражения (10). Из-за последнего сомножителя $(\mathbf{q}' - \mathbf{q})$ квадратичный по магнонным числам заполнения вклад пропадает, а линейный вклад можно преобразовать, произведя замену

$$N_{\mathbf{q}} \to \frac{1}{2}\,(N_{\mathbf{q}} - N_{\mathbf{q}'}) \approx \frac{1}{2}\,\frac{dN_{\mathbf{q}}}{d\Omega_{\mathbf{q}}}\,(\mathbf{q}' - \mathbf{q})\mathbf{u}\,.$$

В линейном по скорости $\mathbf{u}$ приближении можно пренебречь членами с $\mathbf{u}$ под знаком δ-функции, так что после этого вместо (10) получим

$$\left(\frac{d\mathbf{P}}{dt}\right)_m \approx \pi \sum_{\mathbf{q},\mathbf{q}'} \overline{|W_{\mathbf{q}',\mathbf{q}}|^2}\;\delta(\Omega_{\mathbf{q}} - \Omega_{\mathbf{q}'})\;\frac{dN_{\mathbf{q}}}{d\Omega_{\mathbf{q}}}\;(\mathbf{q}' - \mathbf{q})\Big((\mathbf{q}' - \mathbf{q})\mathbf{u}\Big). \tag{6}$$

Вблизи минимума спектра имеем $q' \approx q \approx q_0$ и, произведя интегрирование по углам в предположении, что $\overline{|W_{\mathbf{q}',\mathbf{q}}|^2}$ есть постоянная, вместо (7) получим

$$\left(\frac{d\mathbf{P}}{dt}\right)_m \approx \pi \sum_{\mathbf{q},\mathbf{q}'} \overline{|W_{\mathbf{q}',\mathbf{q}}|^2}\;\delta(\Omega_{\mathbf{q}} - \Omega_{\mathbf{q}'})\;\frac{dN_{\mathbf{q}}}{d\Omega_{\mathbf{q}}}\;q_0^2\;\mathbf{u}. \tag{7}$$

Взаимодействие с примесями будем описывать простейшим способом, задавая соответствующий оператор:

$$\hat{W} = \frac{g}{2V} \sum_{\mathbf{q},\,\mathbf{q}',\,\nu} \exp\big(i(\mathbf{q} - \mathbf{q}')\mathbf{R}_\nu\big)\;B_{\mathbf{q}}B_{-\mathbf{q}'}, \tag{8}$$

где производится суммирование по примесям ($\mathbf{R}_\nu$ – радиус-вектор ν-примеси) и импульсам, а оператор $B_{\mathbf{q}}$ определен так:

$$B_{\mathbf{q}} = \frac{b_{\mathbf{q}} + b^+_{-\mathbf{q}}}{\sqrt{\Omega_{\mathbf{q}}}}. \tag{9}$$

Здесь $b^+_{\mathbf{q}}$ $(b_{\mathbf{q}})$ – оператор рождения (уничтожения) магнона с импульсом $\mathbf{q}$, g – константа связи ($g > 0$ – предполагается отталкивание, в противоположном случае надо было бы учитывать связанные состояния магнона на примеси); здесь возникает обычный множитель, содержащий энергию магнона (как в случае осциллятора). Эта запись буквально относится к магнону с нулевой проекцией спина, очевидно, что для других проекций результаты будут такими же (бесспиновые примеси). Отметим, что для возбуждения с нулевым спином был бы еще линейный по операторам вклад.

Матричный элемент, входящий в (8), имеет вид

$$W_{\mathbf{q},\mathbf{q}'} = \frac{g}{V}\,\frac{1}{\sqrt{\Omega_{\mathbf{q}}\,\Omega_{\mathbf{q}'}}}\sum_{\nu}\exp\big(i(\mathbf{q} - \mathbf{q}')\mathbf{R}_\nu\big)$$

(см. (9) и (10)). После усреднения по расположению примесей для квадрата модуля получим

$$\overline{|W_{\mathbf{q}',\mathbf{q}}|^2} = \frac{g^2}{V}\,\frac{1}{\Omega_{\mathbf{q}}\,\Omega_{\mathbf{q}'}}\,n_i,$$

где n_i – концентрация примесей.

Переходя в (8) от сумм к интегралам, получим вместо (8) выражение, которое запишем, введя магнонное время релаксации τ_m, именно:

$$\left(\frac{d\mathbf{P}}{dt}\right)_m = -\frac{1}{\tau_m}\,\mathbf{P}\,, \quad \frac{\mathbf{P}}{V} = nm\mathbf{u}, \tag{10}$$

где n и m – концентрация и масса носителей, а τ_m определено следующим выражением:

$$\frac{1}{\tau_m} = -\,\frac{n_i}{n}\,\frac{q_0^4}{\pi\,mv_0^2}\int_{\Omega_0}^{\infty}\frac{|\,\tilde{g}(\Omega)|^{\,2}\,d\Omega}{\Omega^2-\Omega_0^2}\,\frac{dN}{d\Omega}\,. \tag{11}$$

Здесь вместо g подставлена величина $\tilde{g}(\Omega)$ – перенормированное взаимодействие с примесью; дело в том, что в данном случае нельзя ограничиться первым порядком теории возмущений ввиду расходимости интеграла на нижнем пределе; такая расходимость и необходимость перенормировки возникают из-за вида спектра (1).

Для определения $\tilde{g}(\Omega)$ необходимо рассмотреть рассеяние на одиночной примеси и просуммировать ряд теории возмущений (взаимодействие с примесями задано выражениями (9), (10)). Проще всего сделать это при помощи диаграммной техники. Не останавливаясь на вычислениях, которые можно найти в книгах по квантовой механике (см., например, книгу [9], § 43, где это делается без использования диаграммной техники), приведем результат:

$$\tilde{g}(\Omega) = g\left[1-\frac{2g}{V}\sum_{\mathbf{k}}\frac{1}{(\Omega+i\delta)^2-\Omega_{\mathbf{k}}^2}\right]^{-1} \to g\left[1+ig\,\frac{q_0}{v_0}\,\frac{1}{\sqrt{\Omega^2-\Omega_0^2}}\right]^{-1} \tag{12}$$

(δ задает обход полюса, $\delta \to +0$). Отсюда видно, что при $\Omega \to \Omega_0$ поправки к взаимодействию действительно существенны, так что взаимодействие обращается в нуль, что снимает трудность с расходимостью интеграла в выражении (11).

Далее возможны различные варианты анализа (11) в зависимости от величины g; остановимся на одном из них, может быть, наиболее вероятном. Дело в том, что величины q_0, v_0 порядка соответствующих фермиевских значений (см. замечание после (1)), а Ω, Ω_0 много меньше фермиевской энергии; поэтому, если g не слишком мало (в тех же масштабах), в знаменателе (12) можно пренебречь единицей, после чего вместо (12) имеем:

$$\tilde{g}(\Omega) \approx -\,i\,\frac{v_0}{q_0}\,\sqrt{\Omega^2-\Omega_0^2}. \tag{13}$$

В этом пределе вообще выпадает постоянная g, характеризующая силу взаимодействия с примесью.

Вычисляя интеграл в (11) после подстановки выражения (13) для $\tilde{g}(\Omega)$, получим:

$$\frac{1}{\tau_m} \approx \frac{n_i}{n}\,\frac{q_0^2}{\pi m}\,N(\Omega_0); \quad N(\Omega_0) = \Big[\,\exp\Big(\Omega_0/T\Big)-1\Big]^{-1}. \tag{14}$$

Проводимость σ обычным образом выражается через время релаксации τ:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}\,, \quad \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_e}+\frac{1}{\tau_m}\,, \tag{15}$$

где τ_e – электронное время релаксации (предполагается постоянным).

Удельное сопротивление $\rho = 1/\sigma$ при температурах $T < \Omega_0$ можно представить в виде

$$\rho \approx \rho_0 + \rho_1 \; \exp(-\Omega_0/T) \tag{16}$$

(связь ρ_0, ρ_1 с параметрами модели следует из сравнения с предыдущими выражениями). Из некоторых экспериментов (см. [10, 11]) при достаточно низких температурах следует именно такая зависимость от температуры. В рассматриваемой здесь модели проясняется смысл постоянной T_0, которая появляется в такой зависимости согласно [10, 11] (вместо Ω_0 в (17)), именно, T_0 имеет смысл минимальной энергии магнона Ω_0. По результатам [10, 11] эта величина уменьшается при понижении плотности, что вполне естественно для такой величины: роль корреляционных эффектов возрастает при понижении плотности, что приводит к смягчению мягкой моды. Однако при высоких температурах получается зависимость, которая, по-видимому, не наблюдается:

$$\rho \approx \rho_0 + \rho_1 \, \frac{T}{\Omega_0} \quad (T \gg \Omega_0).$$

Возможно, дело в температурной зависимости спектра (1), которая не рассматривалась в данной работе: поскольку при повышении температуры мы как бы удаляемся от перехода, то можно было бы ожидать возрастания Ω_0^2 по закону

$$\Omega_0^2 \to \Omega_0^2 + \alpha \, T^2,$$

как положено вблизи минимума (α – постоянная). Тогда с ростом температуры сопротивление стремилось бы к насыщению, что качественно соответствует эксперименту. Однако в настоящее время нет вычислительных аргументов в пользу этого. Или же дело просто в том, что для экспериментов [10, 11] условие $T \gg \Omega_0$ означает, что температура становится порядка фермиевской энергии, а тогда от мягкой моды мало что остается.

В заключение отметим следующее. В стороне пока остался вопрос о причине наблюдаемого перехода металл – диэлектрик. В связи с изложенной здесь основной идеей можно высказать некоторые соображения. Даже для отталкивающих примесей возможно связанное состояние магнона на системе примесей, точнее, на флуктуациях концентрации примесей, в тех областях, где локальная концентрация примесей меньше среднего значения. Ввиду особенностей спектра магнона это связанное состояние возможно в сколь угодно малом потенциале притяжения, а это эффективное притяжение как раз и возникает в таких областях. Не исключено, что при уменьшении Ω_0, то есть при уменьшении концентрации носителей, энергия этого связанного состояния (с учетом положительного Ω_0) может приблизиться к нулю (или даже стать отрицательной), и тогда при абсолютном нуле температур произойдет заполнение такого состояния – и не одним магноном, а конечным числом магнонов (до тех пор, пока позволяют ангармонизмы), то есть образуется как бы локальный бозе-конденсат магнонов. Другими словами, в области притяжения может возникнуть кристаллик другой фазы – с волной спиновой плотности. Можно думать, что такие области должны существенно влиять на проводимость системы в сторону ее уменьшения. При конечных температурах бозе-конденсат разрушается (можно сказать, кристаллики плавятся), что и может привести к возрастанию проводимости, что как раз наблюдается на диэлектрической стороне перехода рассматриваемых систем.

Таким образом, причиной перехода из металлического в диэлектрическое состояние может быть образование кристаллических фрагментов в металлической фазе. Все это (и вопрос о влиянии связанных состояний на проводимость в металлической фазе) требует отдельного рассмотрения.

Благодарю А.В.Чаплика и М.В.Энтина за полезное обсуждение.

Работа поддержана, в частности, Российским фондом фундаментальных исследований (грант # 00-15-96800) и Государственной программой Российской федерации "Физика твердотельных наноструктур".

---

1. S.V.Kravchenko et al., Phys. Rev. **B50**, 8039 (1994); Phys. Rev. **B51**, 7038 (1995); Phys. Rev. Lett. **77**, 4938 (1996).
2. *The 13-th International Conference on the Electronic Properties of Two-Dimensional Systems*, Ottawa, Canada, 1999.
3. Jongsoo Yoon, C.C.Li, D.C.Tsui, and M.Shayegan, Phys. Rev. Lett. **84**, 4421 (2000); S.C.Dultz and H.W.Jiang, Phys. Rev. Lett. **84**, 4689 (2000).
4. E.Abrahams, P.W.Anderson, D.C.Licciardello, and T.V.Ramakrishnan, Phys. Rev. Lett. **42**, 673 (1979).
5. В.М.Пудалов, Письма в ЖЭТФ **66**, 168 (1997).
6. B.L.Altshuler and D.L.Maslov, Phys. Rev. Lett. **82**, 145 (1999).
7. Э.Г.Батыев, ЖЭТФ **70**, 578 (1976).
8. А.М.Дюгаев, ЖЭТФ **70**, 2390 (1976).
9. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, *Квантовая механика*, М.: Наука, 1989.
10. Y.Hanein, U.Meirav, D.Shahar et al., Phys. Rev. Lett. **80**, 1288 (1998).
11. S.J.Papadakis and M.Shayegan, Phys. Rev. **B57**, R15068 (1998).