Письма в ЖЭТФ, том 39, вып. 9, стр. 423 – 425 *10 мая 1984 г.*

СЛОИСТАЯ СТРУКТУРА СВЕРХТЕКУЧЕГО ^{4}He ПРИ СВЕРХКРИТИЧЕСКОМ ДВИЖЕНИИ

Л.П.Питаевский

Показано, что при течении сверхтекучего ^{4}He по капилляру со скоростью, превышающей ротонную критическую скорость Ландау, в гелии возникает одномерная периодическая структура, покоящаяся относительно стенок, а спектр возбуждений деформируется так, что критерий сверхтекучести не нарушается.

Важную роль в современной теории сверхтекучести играет критерий Ландау. Согласно этому критерию сверхтекучее движение возможно при условии, что на всей кривой спектра $\epsilon(p)$ элементарных возбуждений выполняется неравенство [1]:

$$\tilde{\epsilon}(\mathbf{p}) \equiv \epsilon(p) + \mathbf{pv} > 0. \tag{1}$$

(Мы рассматриваем движение в лабораторной системе отсчета, где покоятся стенки сосуда и нормальная часть жидкости). Для реального спектра ^{4}He (кривая *1* на рис.1) это приводит к условию

$$v < v_c\,, \tag{2}$$

где v_c равна тангенсу угла наклона касательной к ротонной части спектра, $v_c \approx 60$ м/с. Вопрос о том, что происходит с жидкостью при превышении этой скорости, насколько нам известно, до настоящего времени оставался неясным. Мы покажем, что при небольшом превышении критической скорости v_c в гелии возникает покоящаяся относительно стенок одномерная периодическая структура с волновым вектором, направленным против течения и равным $p_c/\hbar$, где $p_c \sim p_0$ – импульс точки касания. При этом спектр возбуждений деформируется таким образом, что критерий (1) нигде не нарушается.

Указанная постановка вопроса нуждается в существенных оговорках. Как известно, до настоящего времени критическую скорость (2) достичь не удалось. Причина состоит в рождении возбуждений другого типа – вихревых колец. Максимальные скорости – около 8 – 10 м/с – были получены при течении гелия через маленькие – диаметром 5 – 20 мкм – отверстия [2,3]. Можно думать, что улучшение экспериментальной техники позволит добиться больших скоростей и превзойти значение (2). Автор надеется, что настоящая статья будет стимулировать дальнейшие исследования в этом направлении.

Определенная формулой (1) величина $\tilde{\epsilon}$ есть энергия возбуждений в движущейся со скоростью $\mathbf{v}$ жидкости. Неравенства (1) или (2) обеспечивают положительность $\tilde{\epsilon}$. Если $\tilde{\epsilon}$ становится отрицательным, делается энергетически выгодным неограниченное рождение бозевских возбуждений – ротонов. При этом делается отрицательной и бозевская функция распределения $n(\tilde{\epsilon})$, что означает невозможность термодинамического равновесия идеального газа ротонов.

Ход дальнейших рассуждений легче понять, если построить графики $\tilde{\epsilon}$ как функция от p_x (ось x в направлении $(-\mathbf{v})$). Кривая *2* на рис.1 соответствует значениям $v < v_c$, кривая *3* – $v = v_c$, кривая *4* – $v > v_c$. Видно очевидное сходство поведения $\tilde{\epsilon}$ с поведением частоты „мягкой моды" вблизи точки фазового перехода второго рода. Мы считаем, что эта аналогия имеет глубокий смысл – при $v = v_c$ гелий испытывает фазовый переход второгоо рода из пространственно-однородного в слоистое состояние. При $v = v_c$ функция распределения обращается в бесконечность в точке $\mathbf{p} = \mathbf{p}_c$ ($\mathbf{p}_c$ – вектор, направленный вдоль оси x, $|\mathbf{p}_c| = p_c$). Плотность сверхтекучей части остается, однако, конечной. Простое вычисление дает

$$\frac{\rho_n(T, v_c)}{\rho} \approx 0,08 \frac{p_0^4}{\Delta^2} \frac{\mu^{1/3}}{\hbar^3} \frac{T^{3/2}}{\rho} \approx (T, \text{К})^{3/2} \qquad (3)$$

(Δ, p_0, μ – параметры ротонного спектра). (При вычислении (3) следует, разумеется, использовать для ротонов распределение Бозе, а не Больцмана).

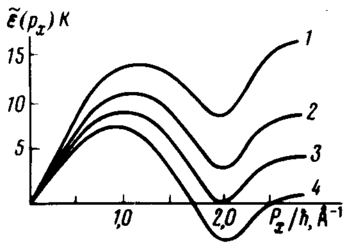

Рис. 1

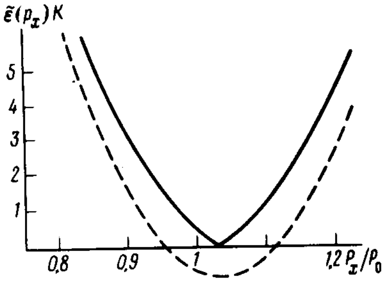

Рис. 2

Запишем гамильтониан ротонного газа, соответствующий энергии (1), в виде $\int \hat{\psi}^+ [\epsilon(p) + \mathbf{pv}]\hat{\psi}\, d^3x$, где $\hat{\psi}$ – ψ – оператор ротона, $\mathbf{p}$ – оператор, действующий на ψ. Поскольку при $v > v_c$ равновесие в газе невзаимодействующих ротонов невозможно, следует учесть взаимодействие между ними. Оператор взаимодействия достаточно взять в виде $\frac{g}{2}\int \hat{\psi}^+ \hat{\psi}^+ \hat{\psi}\hat{\psi} d^3x$. Для дальнейшего существенен знак постоянной g. Экспериментальные данные по рассеянию нейтронов в гелии свидетельствуют, по-видимому, о том что $g > 0$, $g \approx 2 \cdot 10^{-38}$ эрг · см^3 [4]. Окончательно оператор энергии системы имеет вид

$$\hat{H} = \int \{ \hat{\psi}^+ [\epsilon(p) + \mathbf{pv}] \hat{\psi} + \frac{g}{2} \hat{\psi}^+ \hat{\psi}^+ \hat{\psi}\hat{\psi} \} d^3x . \qquad (4)$$

Члены третьего порядка по $\hat{\psi}$ в (4) писать не следует. Они описывают трехротонные процессы, при которых по крайней мере один из ротонов имеет импульс, не близкий к $\mathbf{p}_c$, а существенно лишь взаимодействие "критических" ротонов.

При достижении критической скорости v_c начинается рождение ротонов с импульсом $\mathbf{p}_c$, их накопление в этом состоянии [1)]. Но ψ – оператор системы, в которой имеется большое число бозонов в одном состоянии, можно считать просто классической функцией координат[5]. Будем искать ее в виде плоской волны

$$\psi_0 = \eta \exp(i\mathbf{p}_c \mathbf{r}/\hbar), \qquad (5)$$

определяя амплитуду η из условия минимума энергии (4). Учитывая, что $\epsilon(p_c) = p_c v_c$, приводим (4) к виду, аналогичному свободной энергии в обычной теории фазовых переходов второго рода:

$$\int [p_c (v_c - v)|\eta|^2 + \frac{g}{2}|\eta|^4] d^3x. \qquad (6)$$

Минимизация (6) дает $|\eta|^2 = (v - v_c) p_c/g$ при $v > v_c$. Плоская волна (5) соответствует пространственно-однородному распределению ротонов. Замечательно, однако, что она приводит к пространственной модуляции плотности жидкости, поскольку оператор плотности $\hat{n}$ содержит линейный по оператору $\hat{\psi}$ член:

$$\hat{n} = n_0 + \sqrt{n_0}\,(A\hat{\psi} + A^*\hat{\psi}^+). \qquad (7)$$

---

1) Накопление ротонов в состоянии с импульсом $\mathbf{p}_c$ можно рассматривать как их бозе-конденсацию в соответствии со сказанным в [6]

Этот член ответствен за рождение ротона при рассеянии нейтрона в гелии и коэффициент A определяет вероятность такого рождения. Соответствующий вклад в динамический формфактор жидкости есть $|A|^2\delta[\epsilon-\epsilon(p)]$. Разумную оценку A можно получить, считая, что приведенный член дает главный вклад в правило сумм Плачека. Тогда $|A|^2 = p_c^2 / 2m\,\epsilon(p_c) \approx \approx 2,5$.

Подставляя в (7) вместо $\hat{\psi}$ классическую волну (5), находим, что плотность гелия модулирована по закону

$$\frac{n-n_0}{n_0} = \left[\frac{|A|^2(v-v_c)p_c}{n_0 g}\right]^{1/2} \sin(p_c x) \approx 2,6\left[\frac{v-v_c}{v_c}\right]^{1/2} \sin(p_c x). \qquad (8)$$

Появление такой одномерной волны плотности является основным предсказанием излагаемой теории. Ее можно, в принципе, обнаружить в опытах по рассеянию рентгеновских лучей в движущемся гелии.

Спектр ротонов меняется при $v > v_c$. Для его нахождения следует подставить в (4) $\hat{\psi}$ в виде $\hat{\psi} = \psi_0 + \hat{\tilde{\psi}}$, оставив квадратичные по $\hat{\tilde{\psi}}$ члены. После этого задача фактически совпадает с задачей Боголюбова о неидеальном бозе-газе и спектр имеет вид [5]

$$\tilde{\epsilon}(\mathbf{p}) = \sqrt{2p_c(v-v_c)\epsilon_0(\mathbf{p}) + [\epsilon_0(\mathbf{p})]^2}, \quad \epsilon_0(\mathbf{p}) = \Delta + \frac{(p-p_0)^2}{2\mu} - p_x v_c. \qquad (9)$$

Мы видим, что минимальное значение $\tilde{\epsilon}$ равно нулю, так что критерий Ландау нигде не нарушается. Спектр анизотропен и скорость возбуждений вблизи нуля $\tilde{\epsilon}$ конечна. Зависимость $\tilde{\epsilon}$ от p_x для $(v-v_c)/v_c = 0,1$ показана на рис.2.

Описанная картина фазового перехода по скорости течения сохраняется и при конечных температурах. Отмеченное сходство между (6) и свободной энергией в теории фазовых переходов второго рода позволяет заключить, что зависимость плотности нормальной части от скорости соответствует зависимости энтропии от температуры вблизи точки перехода. Во флуктуационной области это дает

$$\rho_n(v) = \rho_n(v_c) + B(v_c - v)^{1-\alpha}, \qquad (10)$$

где α – критический показатель теплоемкости.

Проведенное количественное рассмотрение основано на предположении, что $g > 0$. Если, однако, окажется, что $g < 0$, то качественная картина явления остается такой же. По-прежнему будет иметься некоторая критическая скорость, за которой в гелии появится волна плотности. Переход в этом случае, однако, будет первого рода.

Автор благодарен А.Ф.Андрееву, В.Л.Гинзбургу, Я.Б.Зельдовичу, А.П.Леванюку и Е.М.Лифшицу за обсуждение затронутых вопросов.

Литература

1. *Ландау Л.Д.* ЖЭТФ, 1941, **11**, 592.
2. *Hess G.B.* Low Temp. Phys. LT-13, 1, N-Y, Plenum, 1974, p. 302.
3. *Hulin J.P., D'Humieres D., Perrin B., Libchaber A.* Phys. Rev., 1974, **A9**, 885.
4. *Smith A.J., Cowley R.A., Woods A.D.B., Stirling W.G., Martel P.* Journ. of Phys. C, 1977, **10**, 543.
5. *Боголюбов Н.Н.* Изв. АН СССР, сер. физ., 1947, **11**, 77.
6. *Иорданский С.В., Питаевский Л.П.* УФН, 1980, **131**, 293.

Институт физических проблем
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
19 марта 1984 г.