РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

П И С Ь М А
В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ *ТОМ 71, ВЫПУСК 8*
ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД *25 АПРЕЛЯ, 2000*

Письма в ЖЭТФ, том 71, вып.8, стр.449 - 453 © 2000г. 25 апреля

О ВЕРОЯТНОСТИ СПОНТАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СРЕДЕ ДЛЯ $M1$-ПЕРЕХОДА. РАСПАД ^{229m}Th$(3/2^+, 3.5 \pm 1.0$ эВ)

Е.В.Ткаля[1)]

НИИ ядерной физики МГУ им. М.В.Ломоносова
119899 Москва, Россия

Поступила в редакцию 15 марта 2000 г.

Показано, что вероятность спонтанного магнитодипольного излучения в прозрачной диэлектрической среде с показателем преломления n превышает вероятность аналогичного излучения в вакууме в n^3 раз. Обсуждается распад низколежащего ядерного уровня ^{229m}Th$(3/2^+, 3.5 \pm 1.0$ эВ) в диэлектрике ^{229}ThO$_2$.

PACS: 23.20.Lv, 27.90.+b, 32.30.Jc, 32.70.Fw, 42.50.-p

Неограниченная диэлектрическая среда оказывает влияние на вероятность спонтанного излучения в оптическом диапазоне (см., например, работы [1 – 3] и ссылки в них). Вероятность электродипольного перехода в среде W_m^{E1}, имеющей диэлектрическую проницаемость ϵ на частоте излучения ω (система единиц $c = \hbar = 1$), может быть выражена через вероятность спонтанного распада в вакууме W_{vac}^{E1} с помощью соотношения [1 – 3]

$$W_m^{E1} = \epsilon^{1/2} f^2(\epsilon)\, W_{vac}^{E1}. \tag{1}$$

Здесь $f(\epsilon)$ – функция, связывающая электрическую компоненту макроскопического электромагнитного поля в веществе $\mathbf{E}_m$ с локальным электрическим полем $\mathbf{E}_{loc}$ в точке, где находится диполь. Величина $f(\epsilon)$ зависит от микроскопической структуры среды, окружающей излучающий объект, например, атом. Если такой атом помещен в сферу малого радиуса $R \ll \lambda = 2\pi/\omega$, внутри которой $\epsilon_{loc} = 1$, то $f(\epsilon) = 3\epsilon/(2\epsilon+1)$ (соответствующая задача решена в [4], гл.II, см. также [1]). Другие выражения для $f(\epsilon)$ можно найти в работах [2, 5].

Множитель $\epsilon^{1/2}$ в уравнении (1) возникает следующим образом. Рассмотрим выражение для вероятности электродипольного перехода

$$W_m^{E1} = 2\pi |\langle|\hat{\mathbf{d}} \cdot \hat{\mathbf{E}}_{loc}^{+}|\rangle|^2 \rho_m(\omega), \tag{2}$$

1) e-mail: tkalya@ibrae.ac.ru

где $\hat{\mathbf{d}}$ – оператор дипольного момента излучающей системы, $\hat{\mathbf{E}}^{+}_{loc}$ – оператор рождения электрического поля, связанный с полем в среде соотношением $\hat{\mathbf{E}}^{+}_{loc} = f(\epsilon)\hat{\mathbf{E}}^{+}_{m}$. Оператор поля $\hat{\mathbf{E}}^{+}_{m}$ и плотность конечных состояний фотона $\rho_m(\omega)$ перенормируются по сравнению со значениями в вакууме в соответствии с формулами [3]

$$\hat{\mathbf{E}}^{+}_{m} = \frac{1}{\epsilon^{1/2}}\hat{\mathbf{E}}^{+}_{vac}\,, \ \rho_m(\omega) = \epsilon^{3/2}\rho_{vac}(\omega)\,. \tag{3}$$

Первое из этих соотношений следует непосредственно из правил квантования электромагнитного поля в среде. При калибровочном условии $\mathrm{div}\mathbf{A} = 0$ уравнение на вектор-потенциал $\mathbf{A}$

$$\Delta\mathbf{A} - \epsilon\partial_t^2\mathbf{A} = 0 \tag{4}$$

следует из уравнений Максвелла в однородной диэлектрической среде (с магнитной проницаемостью, равной 1) в отсутствие сторонних токов и зарядов: $\mathrm{rot}\mathbf{E} = -\partial_t\mathbf{H}\,, \mathrm{div}\mathbf{H} = 0$ и $\mathrm{rot}\mathbf{H} = \partial_t\mathbf{D}\,, \mathrm{div}\mathbf{D} = 0$, при стандартном определении электрического и магнитного полей через $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{E} = -\partial_t\mathbf{A}\,, \ \mathbf{H} = \mathrm{rot}\mathbf{A}\,. \tag{5}$$

Электрическая индукция в уравнениях Максвелла есть $\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E}$. Везде в настоящей работе полагаем, что длина волны излучения существенно превосходит расстояние между атомами вещества, а величина ϵ не зависит от координат.

Квантование электромагнитного поля в среде проводится аналогично квантованию в вакууме. Вектор-потенциал может быть записан в виде разложения по плоским волнам

$$\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r},t) = \sum_{\mathbf{k}}\sum_{\lambda=1,2}(\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}\mathbf{A}_{\mathbf{k},\lambda}e^{-i\omega t} + \hat{a}^{+}_{\mathbf{k},\lambda}\mathbf{A}^{*}_{\mathbf{k},\lambda}e^{i\omega t})\,, \tag{6}$$

где

$$\mathbf{A}_{\mathbf{k},\lambda} = \mathbf{e}_{\mathbf{k},\lambda}\sqrt{\frac{2\pi}{\epsilon\omega}}e^{i\mathbf{kr}}\,, \tag{7}$$

причем $|\mathbf{k}| = \epsilon^{1/2}\omega$ (это следует непосредственно из уравнения (4)), $\mathbf{e}_{\mathbf{k},\lambda}$ – единичный вектор поляризации плоской волны, $\sum_{\lambda=1,2}$ означает суммирование по двум поляризациям фотона. Нормировочный объем взят равным единице. Операторы рождения и уничтожения фотонов в (6) удовлетворяют обычным коммутационным соотношениям $[\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}\hat{a}_{\mathbf{k}',\lambda'}] = [\hat{a}^{+}_{\mathbf{k},\lambda}\hat{a}^{+}_{\mathbf{k}',\lambda'}] = 0$, $[\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}\hat{a}^{+}_{\mathbf{k}',\lambda'}] = \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}\delta_{\lambda\lambda'}$, а построенные с их помощью выражения для операторов энергии и импульса поля имеют стандартный вид $\hat{\mathcal{H}} = \sum_{\mathbf{k}}\sum_{\lambda=1,2}\omega(\hat{a}^{+}_{\mathbf{k},\lambda}\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda} + 1/2)$, $\hat{\mathbf{P}} = \sum_{\mathbf{k}}\sum_{\lambda=1,2}\mathbf{k}\hat{a}^{+}_{\mathbf{k},\lambda}\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}$.

Явный вид оператора рождения электрического поля с импульсом $\mathbf{k}$ и энергией ω в среде следует из формул (6), (7) и определения электрического поля через вектор-потенциал (5):

$$\hat{\mathbf{E}}^{+}_{m_{\mathbf{k},\lambda}} = -i\mathbf{e}^{*}_{\mathbf{k},\lambda}\sqrt{\frac{2\pi\omega}{\epsilon}}e^{-i\mathbf{kr}}\,\hat{a}^{+}_{\mathbf{k},\lambda}\,. \tag{8}$$

Полученное выражение подтверждает первое из соотношений (3).

Перенормировка фазового объема вполне очевидна в силу того, что в веществе, как уже отмечалось выше, $\mathbf{k}^2 = \epsilon\omega^2$. Значение $k^2dk/d\omega$ увеличивается в среде в $\epsilon^{3/2}$ раз. В выражении для вероятности (2) этот фактор не только компенсирует уменьшение электрического поля, но и приводит к указанной в (1) зависимости вероятности излучения от диэлектрической проницаемости в форме $\epsilon^{1/2}$.

Вероятность магнитодипольного излучения рассчитывается по формуле

$$W_m^{M1} = 2\pi|\langle|\hat{\mu} \cdot \hat{\mathbf{H}}_{loc}^{+}|\rangle|^2 \rho_m(\omega)\,, \tag{9}$$

где $\hat{\mu}$ – оператор магнитного дипольного момента излучающей системы. Оператор локального магнитного поля $\hat{\mathbf{H}}_{loc}^{+}$, очевидно, совпадает с оператором поля $\hat{\mathbf{H}}_m^{+}$, так как мы рассматриваем немагнитную среду (см. [4], гл.IV, а также [1]). По формулам (5)–(7) легко показать, что

$$\hat{\mathbf{H}}_{m_{\mathbf{k},\lambda}}^{+} = -i[\mathbf{k} \times \mathbf{A}_{\mathbf{k},\lambda}^{*}]\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}^{+} = -i[\mathbf{n_k} \times \mathbf{e}_{\mathbf{k},\lambda}^{*}]\sqrt{2\pi\omega}e^{-i\mathbf{kr}}\,\hat{a}_{\mathbf{k},\lambda}^{+}\,, \tag{10}$$

где $\mathbf{n_k}$ – единичный вектор в направлении импульса $\mathbf{k}$.

Подставив $\hat{\mathbf{H}}_{m_{\mathbf{k},\lambda}}^{+}$ из (10) и $\rho_m(\omega)$ из (3) в (9), сразу получим для магнитодипольного излучения

$$W_m^{M1} = \epsilon^{3/2} W_{vac}^{M1}\,. \tag{11}$$

Поскольку показатель преломления $n = \epsilon^{1/2}$ [4], то приходим к выводу, что в среде вероятность $M1$-излучения возрастает в n^3 раз.

Сравнение выражений (8) и (10) для операторов $\hat{\mathbf{E}}_m^{+}$ и $\hat{\mathbf{H}}_m^{+}$ показывает, что для электрической и магнитной компонент будет выполняться известное соотношение $\epsilon^{1/2}\mathbf{E}_m = [\mathbf{H}_m \times \mathbf{n_k}]$ (см. в [4], гл.IX). Таким образом, нет ничего удивительного в том, что формула (11), связывающая вероятность магнитодипольного излучения в среде с вероятностью перехода в вакууме, заметно отличается от аналогичного выражения (1) для электродипольного излучения. (Этому обстоятельству в настоящей работе специально уделено столь пристальное внимание. Результат, выраженный формулой (11), не согласуется с выводами, сделанными в статье [1], где в соотношении (6.24), являющемся аналогом формулы (11) настоящей работы, вместо $\epsilon^{3/2}$ стоит $\epsilon^{1/2}$. Недоразумение связано с тем, что в формуле для амплитуды магнитного поля $[\nabla \times f_k(0)]_{diel} = \mathbf{k} \times \hat{\mathbf{e}}_{k,\mu}/\sqrt{\epsilon V}$ на с.465 в [1] для импульса должна быть взята величина $|\mathbf{k}| = \epsilon^{1/2}\omega$. В самом деле, первые члены разложения поля $f_k(\mathbf{r})$ (аналога вектор-потенциала $\mathbf{A}_{\mathbf{k},\lambda}$) – функции $\hat{\mathbf{e}}_{k,\mu}\exp(i\mathbf{kr})/(\epsilon V)^{1/2}$ в формулах (6.17) и (6.20) в [1], являются, как пишут сами авторы, решением уравнения (6.15) из [1] без неоднородной части. То есть указанные функции есть решения однородного уравнения $\epsilon(\omega^2/c^2)\mathbf{f}_k(\mathbf{r}) - \nabla \times [\nabla \times \mathbf{f}_k(\mathbf{r})] = 0$. Для такого уравнения $\mathbf{k}^2 = \epsilon\omega^2$. В результате перенормировки величины магнитного поля не будет. Соответственно, в формуле для вероятности излучения (6.24) в [1] вместо $\epsilon^{1/2}$ появится множитель $\epsilon^{3/2}$. Нужно сказать, что данная неточность при разборе частного примера $M1$-перехода нисколько не умаляет достоинств работы [1] в целом.)

Результат (11) можно получить и другим способом, основанным на свойствах запаздывающей функции Грина[2)]. Известно (см., например, [2]), что вероятность спонтанного $E1$- и $M1$-излучения можно записать через спектральные функции флуктуаций напряженностей, соответственно, электрического и магнитного полей $\langle\mathbf{E}(\mathbf{r}_1)\mathbf{E}(\mathbf{r}_2)\rangle_\omega$ и $\langle\mathbf{H}(\mathbf{r}_1)\mathbf{H}(\mathbf{r}_2)\rangle_\omega$ при $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$. Данные функции в случае, когда температура среды существенно меньше ω, имеют вид (см. [6], гл.VIII)

[2)] В данном подходе эффекты локального поля не рассматриваем, то есть кладем $f(\epsilon) = 1$.

$$\langle \mathbf{E}^2 \rangle_\omega = \frac{1}{n^2} \langle \mathbf{H}^2 \rangle_\omega = 2\omega^3 n \,. \tag{12}$$

А так как, согласно [2],

$$W_m^{E1} \propto \langle |\hat{\mathbf{d}}| \rangle^2 \langle \mathbf{E}^2 \rangle_\omega \,, \; W_m^{M1} \propto \langle |\hat{\mu}| \rangle^2 \langle \mathbf{H}^2 \rangle_\omega \,,$$

то соотношения (12), очевидно, подтверждают сделанный выше вывод о зависимости типа n^3 для вероятности спонтанного магнитодипольного излучения от показателя преломления среды.

Данное заключение может оказаться принципиально важным при оценке времени жизни аномально низко лежащего ядерного уровня $3/2^+(3.5 \pm 1.0$ эВ) в ядре ^{229}Th [7]. Этот уровень распадается в основное состояние $5/2^+$ в результате $M1$-перехода. В изолированном атоме Th наиболее вероятным каналом распада должен быть процесс третьего порядка по константе электромагнитного взаимодействия – электронный мостик [8]. Однако, Th – химически активный элемент. Наиболее распространенным и стойким химическим соединением тория является его двуокись. ThO_2 – диэлектрик с шириной запрещенной зоны около 6 эВ и показателем преломления $n \simeq 2$ для фотонов с энергией 3.1 эВ [9].

В запрещенной зоне идеального диэлектрика нет электронных состояний. Поэтому при распаде низколежащего ядерного изомера через электронный мостик в $^{229}ThO_2$ роль промежуточных будут играть состояния непрерывного спектра из зоны проводимости. Расстройка между энергиями ядерного и электронного переходов в этом случае превышает 1 эВ. Кроме того, речь может идти только об упругом электронном мостике, то есть об $M1$-излучении "во втором" электронном переходе. Вероятность такого электронного мостика пренебрежимо мала [8].

В результате основным каналом распада низколежащего уровня $3/2^+(3.5 \pm 1.0$ эВ) в $^{229}ThO_2$ может стать прямое ядерное излучение в оптическом диапазоне. Вероятность распада изолированного ядра в вакууме рассчитывается по формуле [10]

$$W_\gamma = \frac{8\pi}{[(2L+1)!!]^2} \frac{L+1}{L} \omega^{2L+1} B(E(M)L) \,,$$

где L – мультипольность, а $B(E(M)L)$ – приведенная вероятность ядерного перехода. Для обсуждаемого изомерного перехода в ^{229}Th величина $B(M1; 3/2^+ \to 5/2^+)$ была получена в работе [11]. С учетом Кориолисова взаимодействия между ротационными полосами, основаниями которых являются изомерное и основное состояния, в [11] найдено значение $B(M1; 3/2^+ \to 5/2^+) \simeq 0.086\mu_N^2 \simeq 4.8 \cdot 10^{-2}$W.u., где W.u. означают "единицы Вайскопфа", а $\mu_N = e/2m_p$ – ядерный магнетон, m_p – масса протона. Без учета влияния среды $T_{1/2} = \ln 2/W_\gamma \simeq 80$ мин – 8 час в диапазоне энергий $\omega = 4.5$–2.5 эВ. Если же принять во внимание влияние диэлектрической среды, то в двуокиси тория вероятность распада должна модифицироваться в соответствии с формулой (11). В результате, наиболее вероятное время жизни состояния $3/2^+(3.5 \pm 1.0$ эВ) в $^{229}ThO_2$ будет лежать в диапазоне 10 мин – 1 час. (Оговоримся, что эта оценка сделана в предположении, что $n \simeq 2$ не только при $\omega = 3.1$ эВ, как в [9], а и во всем энергетическом интервале 2.5–4.5 эВ. Здесь возможно некоторое уточнение численного результата в зависимости от реальной величины n.)

Поверка влияния неограниченной диэлектрической среды на процесс излучения атома весьма сложна. В этом смысле рассмотренный пример распада уровня

$3/2^+(3.5 \pm 1.0$ эВ) в $^{229}ThO_2$ может быть полезен для экспериментального подтверждения (или опровержения) существования связи между спонтанным распадом в вакууме и в среде в виде соотношений (1) и (11).

Автор благодарит А.М.Дыхне, А.Н.Жерихина, М.А.Листенгартена, Ю.Е.Лозовика и Н.П.Юдина за полезные консультации и интерес к работе. Настоящая работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант #98-02-16070а) и грантом поддержки Ведущих научных школ (грант #00-15-96651).

---

1. R.J.Glauber and M.Lewenstein, Phys. Rev. **A43**, 467 (1991).
2. S.M.Barnett, B.Hattner, and R.Loudon, Phys. Rev. Lett. **68**, 3698 (1992).
3. E.Yablonovotch, T.J.Gmitter, and R.Bhat, Phys. Rev. Lett. **61**, 2546 (1988).
4. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, *Теоретическая физика*, т. VIII, *Электродинамика сплошных сред*, М.: Наука, 1982.
5. В.М.Агранович, М.Д.Галанин, *Перенос энергии электронного возбуждения в конденсированных средах*, М.: Наука, 1978.
6. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, *Теоретическая физика*, т.IX; Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский, *Статистическая физика*, ч.2, *Теория конденсированного состояния*, М.: Наука, 1978.
7. R.G.Helmer and C.W.Reich, Phys. Rev. **C49**, 1845 (1994).
8. В.Ф.Стрижов, Е.В.Ткаля, ЖЭТФ **99**, 697 (1991).
9. А.И.Свиридова и И.В.Суйковская, Оптика и спектроскопия **22**, 940 (1967).
10. И.Айзенберг, В.Грайнер, *Механизмы возбуждения ядра. Электромагнитное и слабое взаимодействия*, М.: Атомиздат, 1973.
11. А.М.Дыхне, Е.В.Ткаля, Письма в ЖЭТФ **67**, 233 (1998).